

Bevezetés a számításelméletbe II.

6. gyakorlat 2003 március 21.

Menger tételei

- (a) Az a ábrán látható gráf egy térképet mutat, ahol B egy kirabolt bankot, A pedig Ausztriát jelöli. Minimálisan hány kereszteződésbe kell rendőrt állítani, hogy a bankot éppen elhagyó rablót még az országon belül biztosan elkapják? (Természetesen A -ba és B -be nem állíthatunk rendőrt.)
 - (b) A b ábrán B_1, B_2, B_3, B_4 jelöli a bankrabló lehetséges tartózkodási helyeit, továbbá A, H, S és R a szomszédos országok határátkelőit. Hány utat kell minimálisan lezárni, hogy a rabló ne szökhessen külföldre?
- Legyenek egy gráf pontjai az n hosszúságú $0 - 1$ sorozatok. Vezessen irányított él a -ból b -be, ha a -ban kevesebb 1-es van mint b -ben, és az él kapacitása legyen az egyesek számának különbsége. A forrás legyen a csupa 0-t és a nyelő a csupa 1-t tartalmazó sorozat. Továbbá jelölje c_n egy minimális vágás értékét ebben a gráfban.
 - (a) Határozzuk meg c_3 értékét.
 - (b) **HF** (*) Mennyi általában c_n ?
- Mutassunk olyan gráfot, amely 6-szorosan élösszefüggő, de csak egyszeresen pontösszefüggő.
- Mutassuk meg, hogy egy gráf akkor és csak akkor kétszeresen (pont)összefüggő, ha bármely két pontjához található olyan kör, amelyik mindkettőn keresztülhalad!
- Mutassuk meg, hogy egy k -szorosan összefüggő gráfnak legalább $kn/2$ éle van.
- Határozzuk meg, hogy melyik az a legnagyobb k szám, amire még k -szorosan élösszefüggő az alábbi gráf! Legalább hány új élet kell hozzávenni, hogy ez eggyel nőjön?
- (korábbi feladatsorból) Egy társaságban van tíz olyan lány, akik közül bármely kettő különböző számú, de legalább egy fiút kedvel a társaságból. Mutassuk meg, hogy a tíz lány egyszerre tud keringőzni úgy, hogy mindegyikük kedvére való fiúval táncoljon!
- (korábbi feladatsorból) Egy egyszerű G gráfnak 1000 pontja van és, bármely pontnak a foka legalább 6.
 - (a) Mutassuk meg, hogy $\nu(G) \geq 6!$
 - (b) Mutassunk példát olyan a feladat feltételeit kielégítő G -re, ahol $\nu(G) = 6?$