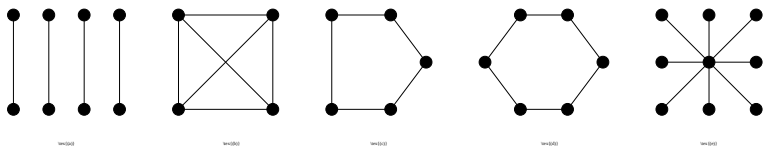
Bevezetés a számításelméletbe II.

4. gyakorlat 2003 március 7.

Görög betűk

1. Határozzuk meg az alábbi gráfokban az $\alpha(G), \tau(G), \nu(G)$ és $\rho(G)$ értékeket.



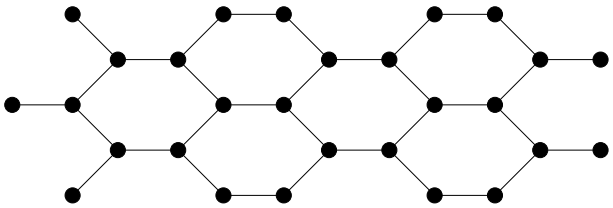
2. Mennyi $\tau(K_{n,m})$? (Azt a teljes páros gráfot jelöli $K_{n,m}$, melynek két pontosztálya n illetve m pontból áll.)

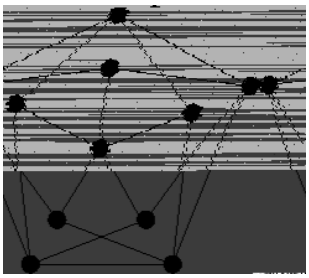
3. Melyik igaz az alábbi állítások közül?

   (a) Ha egy páros gráfnak van Hamilton-köre, akkor van benne teljes párosítás.

   (b) Ha egy gráfban van két éldiszjunkt (közös élt nem tartalmazó) teljes párosítás, akkor van benne Hamilton-kör.

4. Keressünk maximális párosítást és minimális lefogóponthalmazt az alábbi gráfokban!





5. Legyen $\Delta(G)$ egy gráfban a maximális fokszám. Bizonyítsuk be, hogy $\Delta(G)\tau(G) \geq |E(G)|$.

6. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges r-reguláris egyszerű páros gráf tartalmaz teljes párosítást!

7. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges $G(V, E)$ egyszerű gráfban $\chi_e(G) \geq \frac{|E|}{\nu(G)}$.

8. Határozzuk meg egy tetszőleges r-reguláris egyszerű páros gráf élkromatikus számát!

9. **HF** Igazoljuk, hogy egy hurokmentes G gráfban teljesül a $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ egyenlőtlenség!

10. **HF** Legyen G egy $2n$ pontú gráf, mely egy $2n-1$ pontú L útból és egy c pontból áll, ami L minden pontjával össze van kötve. Mennyi $\tau(G)$?

11. **HF** Egy társaságban van tíz olyan lány, akik közül bármely kettő különböző számú, de legalább egy fiút kedvel a társaságból. Mutassuk meg, hogy a tíz lány egyszerre tud keringőzni úgy, hogy mindegyikük kedvére való fiúval táncoljon!

12. **HF** Bizonyítsuk be, hogy egy fában legfeljebb egy teljes párosítás lehet!

13. **HF** Egy egyszerű G gráfnak 1000 pontja van és, bármely pontnak a foka legalább 6.

    (a) Mutassuk meg, hogy $\nu(G) \geq 6$!

    (b) Mutassunk példát olyan a feladat feltételeit kielégítő G-re, ahol $\nu(G) = 6$?

$\alpha(G)$ Egy maximális független ponthalmaz mérete;

$\omega(G)$ Egy maximális klikk mérete;
$\tau(G)$ Egy minimális lefogó ponthalmaz mérete;
$\nu(G)$ Egy maximális független élhalmaz mérete;
$\rho(G)$ Egy minimális lefogó élhalmaz mérete;
$\Delta(G)$ Maximális fokszám;
$\chi(G)$ Kromatikus szám;
$\chi_e(G)$ Élkromatikus szám ($\chi'(G)$ jelölés is előfordul);