

Bevezetés a számításelméletbe II.

3. gyakorlat 2003. február 28.

Perfekt gráfok, élszínezés, PERT

1. Mutassunk példát olyan G gráfra, amely nem perfekt, de teljesül rá a $\chi(G) = \omega(G)$ egyenlőség.
 2. Egy legalább két csúcsú teljes gráf valamely v csúcsához illeszkedő élek közül néhányat elhagytunk. Bizonyítsuk be, hogy az így nyert gráf perfekt.
 3. Igazoljuk, hogy tetszőleges G gráfra $\omega(L(G)) \geq \Delta(G)$. Igaz-e mindig az egyenlőség is?
 4. Legyen G egy 100-reguláris egyszerű gráf 2003 ponttal. Határozzuk meg $\chi'(G)$ értékét!
 5. Állapítsuk meg, hogy mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT-diagram által leírt munkafolyamatnál? Adjuk meg a kritikus utakat is!
-
6. Határozzuk meg az alábbi munka elvégzéséhez szükséges minimális időt, és a kritikus utakat a p paraméter függvényében.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
7. Adott egy G irányítatlan egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy a gráf éleinek tetszőleges irányított körmentes irányítása esetén az emeletek száma legalább $\chi(G)$.
 8. Bizonyítsuk be, hogy az 5 pontú teljes gráf élgráfja $L(K_5)$ nem perfekt.
 9. **HF** Előbb páratlan, majd páros n esetre is határozzuk meg az n pontú teljes gráf élkromatikus számát!
 10. A G_k gráf ($k \geq 2$) egy $(v_1, v_2, \dots, v_{2k})$ Hamilton-körből, valamint a k darab további $\{v_1, v_{k+1}\}, \{v_2, v_{k+2}\}, \dots, \{v_k, v_{2k}\}$ élből kapjuk.
 - (a) Határozzuk meg G_k élkromatikus számát.
 - (b) **HF** Határozzuk meg G_k kromatikus számát is tetszőleges k -ra.
 11. Legyen G'' egy irányított körmentes gráf. Tetszőleges u és v csúcsra húzzunk be egy (u, v) élt, ha létezik u -ból v -be vezető irányított út, így nyerjük a G' gráfot. Továbbá G' -ből az irányítások elhagyásával kapott gráfot G jelöli.
 - (a) Mutassuk meg, hogy $\omega(G) \geq m + 1$, ahol m a G'' egy leghosszabb irányított útjának hosszát (éleinek számát) jelöli!
 - (b) Bizonyítsuk be, hogy $m + 1$ színnel színezhető G !
 - (c) Igazoljuk, hogy G perfekt!