

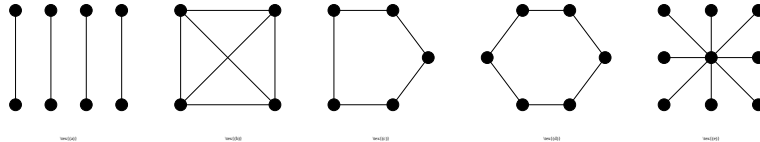
Bevezetés a számításelméletbe II.

5. gyakorlat 2002. március 14.

Csütörtök 10-12 IB-140 és péntek 8-10 IB-145

Perfekt gráfok, élszínezés

1. Perfektek-e az alábbi gráfok? Határozzuk meg az alábbi gráfok élkromatikus számát (vagy kromatikus indexét)!



2. Az alább felsorolt gráftulajdonságok közül melyek öröklődnek minden feszített részgráfra?
- (a) síkbarajzolhatóság;
 - (b) síkba nem rajzolhatóság;
 - (c) összefüggőség;
 - (d) körmentesség;
 - (e) élgráfnak lenni;
3. Igazoljuk, hogy a legalább öt hosszú páratlan körök illetve azok komplementere minimális imperfekt gráf!
4. Mutassuk meg, hogy az intervallumgráfok perfektek Lovász tételének felhasználása nélkül is.
5. A G_k gráf ($k \geq 2$) egy $(v_1, v_2, \dots, v_{2k})$ Hamilton-körből, valamint a k darab további $\{v_1, v_{k+1}\}, \{v_2, v_{k+2}\}, \dots, \{v_k, v_{2k}\}$ élből kapjuk.
- (a) Határozzuk meg G_k élkromatikus számát.
 - (b) **HF** Határozzuk meg G_k kromatikus számát is tetszőleges k -ra.
6. Legyen G 100-reguláris egyszerű gráf 2001 ponton. Határozzuk meg $\chi'(G)$ értékét.
7. **HF** Mutassuk meg, hogy
- $$\alpha(G) + \omega(G) \leq |V| + 1.$$
8. **HF** Legyen A a G irányítatlan gráf adjacencia (szomszédsági) mátrixa, és jelölje E az $|V(G)| \times |V(G)|$ méretű egység mátrixot. Mutassuk meg, hogy
- $$r(A + E) \geq \alpha(G),$$
- ahol $r(M)$ -mel az M mátrix rangját jelöljük. (Segítség: Ez a példa egyáltalán nem olyan nehéz, mint amilyennek tűnik.)
9. **HF** Előbb páratlan, majd páros n esetére is határozzuk meg az n pontú teljes gráf élkromatikus számát!
10. **HF** Legyen G egy 3-reguláris gráf, amire $\chi'(G) = 3$ és a színek permutációjától eltekintve az élek csak egyféleképpen színezhetők 3 színnel. Igazoljuk, hogy G -nek van Hamilton-köre!

$\alpha(G)$ *Függatlenségi szám.* Egy maximális független ponthalmaz mérete;

$\tau(G)$ Egy minimális lefogó ponthalmaz mérete;

$\nu(G)$ Egy maximális független élhalmaz mérete;

$\rho(G)$ Egy minimális lefogó élhalmaz mérete;

$\Delta(G)$ Maximális fokszám;

$\omega(G)$ *Klikkszám.* Egy maximális méretű klikk pontjainak száma;

$\chi(G)$ *Kromatikus szám.* Egy minimális számú színt használó színezésben felhasznált színek száma;

$\chi'(G)$ *Élkromatikus szám vagy kromatikus index.* Az élek egy minimális számú színt használó színezésben felhasznált színek száma;