

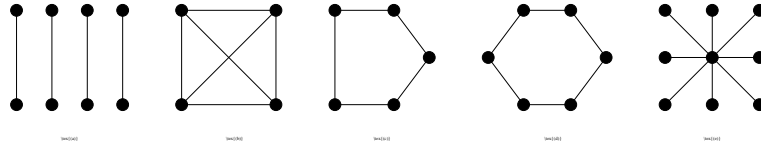
Bevezetés a számításelméletbe II.

3. gyakorlat 2002. február 28-március 1.

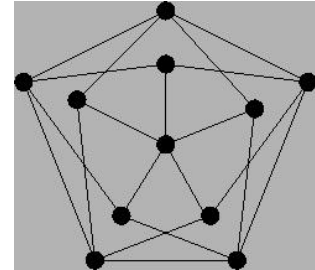
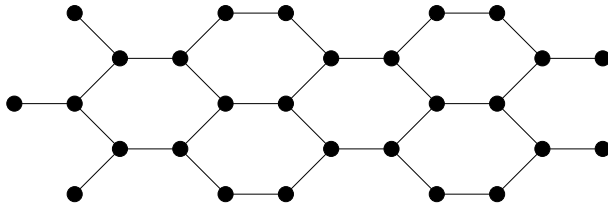
Csütörtök 10-12 IB-140 és péntek 8-10 IB-145

Négy görög betű

1. Bizonyítsuk be, hogy ha egy páros gráfban nincsen teljes párosítás, akkor az A adjacencia (szomszédsági) mátrixra $\det A = 0$. (Segítség: Használjuk a determináns definícióját és mutassuk meg, hogy minden kifejtési tag 0.)
2. Határozzuk meg az alábbi gráfokban az $\alpha(G)$, $\tau(G)$, $\nu(G)$ és $\rho(G)$ értékeket.



3. Mennyi $\tau(K_{n,m})$? (Azt a teljes páros gráfot jelöli $K_{n,m}$, melynek két pontosztálya n illetve m pontból áll.)
4. Legyen $\Delta(G)$ egy gráfban a maximális fokszám. Bizonyítsuk be, hogy $\Delta(G)\tau(G) \geq |E(G)|$.
5. Igazoljuk, hogy egy hurokmentes G gráfban teljesül a $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ egyenlőtlenség!
6. Egy egyszerű G gráfnak 1000 pontja van és, bármely pontnak a foka legalább 6.
 - (a) Mutassuk meg, hogy $\nu(G) \geq 6$!
 - (b) **HF** Tudsz mutatni példát olyan a feladat feltételeit kielégítő G -re, ahol $\nu(G) = 6$?
7. Határozzuk meg $\nu(G)$ -t és $\tau(G)$ -t az alábbi gráfokban!



8. **HF** Legyen G egy $2n$ pontú gráf, mely egy $2n - 1$ pontú L útból és egy c pontból áll, ami L minden pontjával össze van kötve. Mennyi $\tau(G)$?
9. **HF** Bizonyítsuk be, hogy egy fában legfeljebb egy teljes párosítás lehet!
10. **HF** Egy $n \times n$ méretű, nem negatív elemeket tartalmazó mátrix bármely sorában lévő elemek összege 1, hasonlóan bármely oszlopban előforduló elemek összege is 1. Bizonyítsuk be, hogy a mátrix determinánsában szereplő $n!$ kifejtési tag nem lehet mind nulla.
11. **HF** Legyen F egy maximális méretű független ponthalmaz az egyszerű G gráfban, és legyen F' egy független ponthalmaz $V(G) - F$ -ben. Bizonyítsuk be, hogy $\nu(G) \geq |F'|$!

$\alpha(G)$ Egy maximális független ponthalmaz mérete;

$\tau(G)$ Egy minimális lefogó ponthalmaz mérete;

$\nu(G)$ Egy maximális független élhalmaz mérete;

$\rho(G)$ Egy minimális lefogó élhalmaz mérete;

$\Delta(G)$ Maximális fokszám;

:) Kitartás, még jön két görög betű!!!