

Bevezetés a számításelméletbe

12. gyakorlat, 2002. december 2.

Gráfok, fák

1. Egy gráf pontjai 3 hosszú b_1, b_2, b_3 bitsorozatok. Két pontot akkor és csak akkor köt össze él, ha a nekik megfelelő bitsorozatok egymásból forgatással megkaphatóak. (A b_1, b_2, b_3 sorozat elforgatottja a b_3, b_1, b_2 .) Rajzoljuk le a gráfot! Egyszerű-e, illetve összefüggő-e az így kapott gráf?
2. Legfeljebb hány éle lehet egy n pontú egyszerű gráfnak?
3. Hány éle van egy $n = 2k$ pontú 3-reguláris gráfnak?
4. Létezik olyan 3-reguláris gráf, aminek páratlan sok pontja van?
5. Az előre megszámozott (címkézett) n pont közé hányféleképpen húzhatunk be éleket úgy, hogy egyszerű gráfhoz jussunk?
6. Létezik-e egyszerű gráf, melyben a pontok fokai rendre
 - (a) 1,2,2,3,3,3;
 - (b) 2,3,3,4,5,6,7;
 - (c) 1,1,2,2,3,4,4;
 - (d) 1,1,3,3,3,3,5,6,8,9?
7. Egy körmentes gráf (erdő) k komponensből áll. Hány éle van a gráfnak?
8. Egy negyedfokú reguláris összefüggő gráfból töröljük egy feszítőfa éleit. Bizonyítsuk be, hogy a maradék legalább két kört tartalmaz!
9. Az alábbi állítások közül melyik ekvivalens azzal, hogy „a $G(V, E)$ gráf fa”?
 - (a) G egyszerű, összefüggő és legalább két elsőfokú pontot tartalmaz;
 - (b) G bármely két pontja között pontosan egy út van;
 - (c) **HF** G összefüggő, de bármelyik éle elhagyva szétesik több komponensre;
 - (d) **HF** $|E| = |V| - 1$;
 - (e) **HF** G körmentes, de nem lehet hozzávenni új éleket a körmentesség megtartásával.
10. **HF** Milyen komponensekből állhat egy olyan gráf, melyben a Δ maximális fokszám 2 ?
11. **HF** Hány 3 hosszú kör található abban a gráfban, amelyet az n -pontú K_n teljes gráfból kapunk, ha egy éleket elhagyjuk?
12. **HF** Igazoljuk, hogy egy gráf és komplementere közül legalább az egyik összefüggő.
13. **HF** Hány olyan páronként nem izomorf 6 pontú összefüggő egyszerű gráf létezik, melyben két másodfokú és négy harmadfokú pont van?
14. **HF** Mutassunk olyan öt pontú gráfot, mely izomorf a komplementerével!
15. **HF** Létezik-e hat pontú gráf is, amely izomorf a komplementerével?