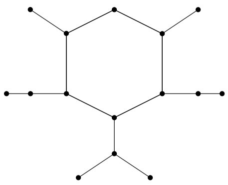
Bevezetés a számításelméletbe II.

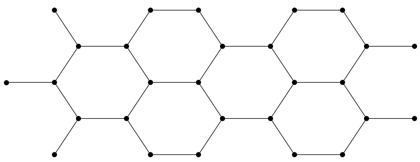
5. gyakorlat, 2005. március 18.

Koblinger Egmont <egmont@cs.bme.hu>

Gallai tételek

54. Állapítsuk meg a 44. feladatban (múlt gyakorlat) szereplő páros gráf(ok)ban
    - a minimális lefogó ponthalmazokat és ezek elemszámát,
    - a maximális független ponthalmazokat és ezek elemszámát,
    - a minimális lefogó élhalmazokat és ezek elemszámát,
    - a maximális független élhalmazokat és ezek elemszámát.
55. Határozzuk meg a független élek maximális számát az alábbi két gráfban. Bizonyítsuk be, hogy nem lehet többet találni!





56. Az $a_1, a_2 \ldots a_{2004}$ csúcsokból álló G gráf a_i és a_j pontja akkor van összekötve, ha $i+j$ osztható 3-mal (és $i \neq j$). Határozzuk meg $\tau(G)$, $\nu(G)$, $\rho(G)$, $\alpha(G)$, $\omega(G)$ értékét.
57. Bizonyítsuk be, hogy $\Delta(G) \cdot \tau(G) \geqslant |E(G)|$.
58. Igazoljuk, hogy $\chi(G) \geqslant \frac{|V(G)|}{\alpha(G)}$. Keressünk olyan gráfokat, ahol ez a becslés pontos, illetve ahol pontatlan.
59. Bizonyítsuk be, hogy minden n csúcsú gráfra $\chi(G) \cdot \chi(\overline{G}) \geqslant n$.
60. Bizonyítsuk be, hogy egy G teljes páros gráfban (ahol tehát a két színosztály között minden él jelen van) mindig fellenáll, hogy $\nu(G) \cdot \rho(G) = |E(G)|$.
61. Határozzuk meg véges egyszerű G gráfokra a $\frac{\tau(G)}{\nu(G)}$ érték lehető legkisebb és legnagyobb értékét.

Puska:

τ (tau) – lefogó pontok minimális száma
α (alfa) – független pontok maximális száma
ρ (ró) – lefogó élek minimális száma
ν (nű) – független élek maximális száma