Bevezetés a számításelméletbe I.

4. gyakorlat, 2004. október 4.

Koblinger Egmont <egmont@cs.bme.hu>

Lineáris egyenletrendszerek

42. Oldjuk meg a következő egyenletet.

$$\frac{x-1977}{27}+\frac{x-1979}{25}+\frac{x-1981}{23}+\frac{x-1983}{21}=\frac{x-27}{1977}+\frac{x-25}{1979}+\frac{x-23}{1981}+\frac{x-21}{1983}$$

43. Oldjuk meg a Gauss-féle elimináció módszerével a következő lineáris egyenletrendszereket.

(a) $\begin{aligned} 2x+4y+6z&=8\\ x+2y+5z&=1\\ x+4y+7z&=2\\ 4x-5y+2z&=5 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} x+3y+2z&=2\\ 2x+5y+4z&=3\\ 3x+7y+6z&=4 \end{aligned}$ (c) $\begin{aligned} x+3y+2z&=2\\ 2x+5y+4z&=3\\ 3x+7y+6z&=5 \end{aligned}$

44. Határozzuk meg az a és b paraméterek függvényében az alábbi egyenletrendszer megoldásainak számát.

$$\begin{aligned} 3x_1-5x_2+16x_3 &= 37\\ x_1+4x_2-ax_3 &= 10\\ -14x_1+bx_2+9x_3 &= 8 \end{aligned}$$

45. Adjunk példát olyan 3 ismeretlenes és 5 egyenletből álló egyenletrendszerre, melynek

   (a) nincs megoldása;
   (b) egyértelmű megoldása van;
   (c) végtelen sok megoldása van.

   Oldjuk meg a feladatot 5 ismertetlenes és 3 egyenletből álló egyenletrendszerekkel is!

46. A t paraméter mely értékeire lesz az alábbi egyenletekkel megadott síkoknak több mint egy metszéspontja?

$$\begin{aligned} x+2y+z&=4\\ 2x+y+8z&=5\\ 5x+y+tz&=11 \end{aligned}$$

47. (a) Adjuk meg p és q értékét úgy, hogy az alábbi síkok egy egyenesre illeszkedjenek.

$$\begin{aligned} 2x+3y-z &= 6\\ x-3y+2z &= 5\\ 4x-3y+pz &= q \end{aligned}$$

   (b) Most úgy válasszuk meg p és q értékét, hogy a síkoknak ne legyen közös pontjuk.
   (c) Milyen eset van még?

48. Hány közös pontja van az alábbi síkoknak?

(a) $\begin{aligned} x+y+z &= 6\\ 2x+3y-z &= 4 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} 2x+3y-2z &= 4\\ -3x-4{,}5y+3z &= -2 \end{aligned}$ (c) $\begin{aligned} x+y+z &= 6\\ 2x+3y-z &= 4\\ -x-y+2z &= 1 \end{aligned}$

49. Létezik-e olyan egyenes, amely az adott 3 sík mindegyikével párhuzamos? Ha igen, akkor adjuk meg közülük az origón átmenőt.

$$\begin{aligned} 2x+4y+3z&=1\\ x+7y+4z&=3\\ 3x-5y-z&=2 \end{aligned}$$