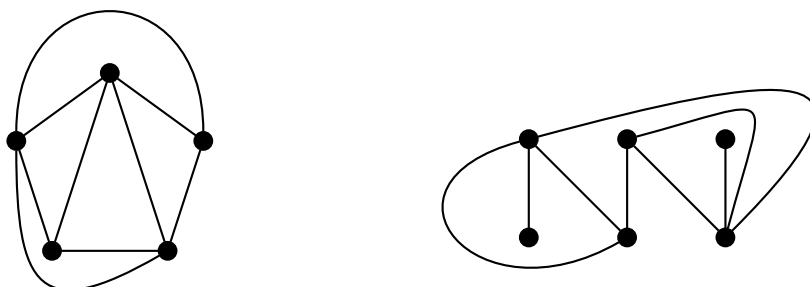


1. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?

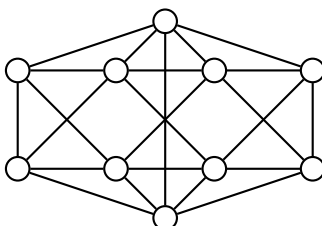


2. Hány csúcsa van egy összefüggő, 4-reguláris síkgráfnak, ha síkbarajzolásakor 10 tartomány keletkezik?
3. Mutassuk meg, hogy egy síkbarajzolható egyszerű gráfban nem lehet minden pont foka ≥ 6 .
4. Legkevesebb hány élkeresztezéssel lehet lerajzolni $K_{4,4}$ -et?
5. Készítsük el az alábbi gráfok duálisát!



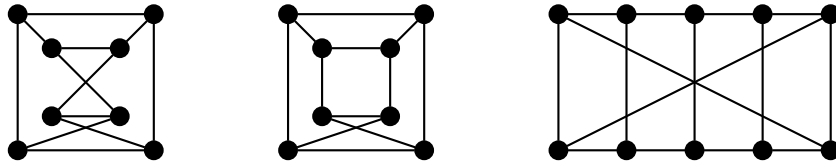
6. Legyen G egy 20 pontú, összefüggő, 3-reguláris síkgráf. Hány pontja van G duálisának, G^* -nak?
7. Rajzoltam egy n csúcsú fát, de elveszítettem. Rajzoljuk le a duálisát!
8. Egy mezőn k ház és k kút áll. Minden háztól pontosan 4 (különböző) kúthoz vezet út (még hozzá közvetlenül, vagyis más házak vagy kutak érintése nélkül). Mutassuk meg, hogy biztosan van két olyan út, amelyek keresztezik egymást!
9. [pZH 2014. december 8.] Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyszerű G gráf síkbarajzolható, akkor a pontjainak legfeljebb a fele lehet 10-nél nagyobb fokú.

10. Síkbarajzolhatók-e a $K_6, K_{4,2}, K_{4,3}, K_5 - e, K_{3,3} - e, \bar{C}_6$, Petersen gráf?
11. [ZH 2009. november 23.] A G gráfot úgy kaptuk, hogy a 6 pontú teljes gráfból elhagyunk három független (vagyis pontdiszjunkt) élt. Síkbarajzolható-e ez a G gráf? (Ha igen, rajzoljuk le keresztezés nélkül, csupa egyenes szakasszal, ha nem, akkor bizonyítsuk ezt be!)
12. [pZH 2011. december 1.] Síkbarajzolható-e az ábrán látható gráf?



13. Síkbarajzolható-e a kocka komplementere?

14. Adjunk meg egy olyan G_1 és G_2 gráfokat, hogy adott lerajzolás szerint $G_1 \cong (G_1^*)^*$ és $G_2 \not\cong (G_2^*)^*$!
15. **[ZH 2009. november 23.]** Egy 12 csúcsú konvex poliédernek 10 lapja van. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos?
16. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



17. Egy nemzetközi konferencián 5 ország egy-egy képviselője ül asztalhoz. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, akiknek az országa nem szomszédos! (Feltételezhetjük, hogy a világ nem tórusz alakú, valamint nincsenek exklávék.)
18. Van-e olyan 9-pontú G gráf, hogy sem G sem a \overline{G} komplementere nem síkbarajzolható?
19. Van-e olyan 9-pontú, összefüggő G gráf, hogy sem G sem a \overline{G} komplementere nem síkbarajzolható?
20. Mutassunk egy olyan egyszerű G gráfot, melynek 5 pontja van, és izomorf a duálisával!
21. **[ZH 2008. november 17]** Határozzuk meg mindazon egyszerű, összefüggő, síkbarajzolható G gráfokat, amiknek létezik olyan G^* duálisuk, hogy $G \cong G^*$ teljesül, továbbá $e = n + 2$ áll, ahol e a G éleinek, n pedig G csúcsainak számát jelöli.
22. **[PZH 2008. december 5.]** Tegyük fel, hogy G olyan síkbarajzolható, egyszerű gráf, amibe nem tudunk további élt húzni az egyszerűség és síkbarajzolhatóság megtartásával. Igazoljuk, hogy ha G^* a G duálisa, akkor G^* 3-reguláris.
23. **[PPZH 2010. ősz]** Bizonyítsuk be, hogy ha G egyszerű, síkbarajzolható gráf, akkor G bármely G^* duálisának van olyan tartománya, amit legfeljebb 5 él határol.
24. Igazoljuk, hogy ha G n pontú sr gráf, és G izomorf G^* -gal, akkor G -nek $2n - 2$ éle van!
25. Tfh G öf, sr, és G minden lapja háromszög, ill., hogy G^* minden lapja négyszög. Hány pontja és hány éle van G -nek?
26. Egy 20-csúcsú poliédernek 12 lapja van, mindegyik k oldalú sokszög. Mennyi a k értéke?
27. **[ZH 2011. november 24.]** Tegyük fel, hogy G olyan gráf, amire $\Delta(G) \leq 3$ és G -nek legfeljebb 5 harmadfokú csúcsa van. Bizonyítsuk be, hogy G síkbarajzolható.
28. **[ppZH 2011. december 14.]** Tegyük fel, hogy a G egyszerű gráfnak 11 csúcsa van és síkbarajzolható. Igazoljuk, hogy a \overline{G} komplementergráf nem síkbarajzolható.
29. Hány csúcsa van egy olyan öf síkbarajzolható gráfnak, aminek három háromszöglapja, három négyszöglapja és egy ötszöglapja van?
30. Egy konvex test minden lapja négyszög vagy nyolcszög és minden pontban pontosan három lap találkozik. Mennyi a négyszög- és nyolcszöglapok számának különbsége?