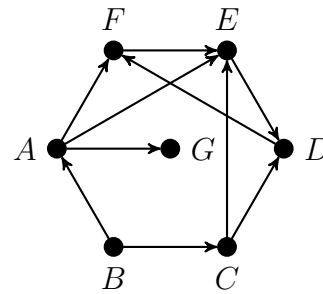
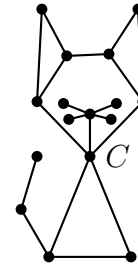


- Végezzünk mélységi bejárást a következő gráfon  
 $A$  csúsból indulva, és osztályozzuk az éleit!



- Határozzunk meg egy alapkörrendszert és fundamentális vágásrendszert a következő gráfban úgy, hogy a  $C$  pontból indulva készítünk egy mélységi feszítőfát!



- Legyen  $G$  DAG, és tegyük fel, hogy az  $u$  és  $v$  csúcsok között egyik irányban sincs irányított út  $G$ -ben. Mutassuk meg, hogy  $G$ -nek van olyan topologikus sorrendje, amelyben  $u$  megelőzi  $v$ -t, és olyan is, amelyben  $v$  előzi meg  $u$ -t.
- Egy falutörténet írója  $n$  korábbi lakosról gyűjtött információkat. A kérdésekre kapott válaszok a következő típusúak voltak:
  - $S_i$  személy meghalt  $S_j$  születése előtt;
  - $S_i$  személy élete során született  $S_j$ ;
  - $S_i$  személy korábban született, mint  $S_j$ ;
  - $S_i$  korábban halt meg, mint  $S_j$ .

Egy  $S_i, S_j$  párra nem biztos, hogy szerepel minden választípus, és olyan pár is lehet, amely egyetlen válaszban sem szerepel együtt. Mivel az emberek időnként rosszul emlékeznek, nem biztos, hogy minden kapott információ helyes. Adjunk algoritmust, amivel  $k$  db fenti típusú válaszból  $c \cdot (n + k)$  lépésben eldönthető, hogy van-e közöttük ellentmondás.

- $G$  egy összefüggő, irányított gráf, melynek van olyan mélységi bejárása, amelynek során keletkezett feszítőerdő csupa izolált pontból áll. Az ilyen  $n$  pontú gráfok közül hogy néz ki a minimális, illetve a maximális élszámú?
- [pZH 2010. ősz]** Legyenek az  $F$  fa csúcsai az  $v_1, v_2, \dots, v_{10}$ , élei pedig  $v_i v_{i+1}$ , ha  $1 \leq i \leq 4$  ill.  $v_5 v_j$ , ha  $6 \leq j \leq 10$ . Tegyük fel, hogy  $F$  a  $G$  egyszerű, irányítatlan gráf  $v_1$ -ből indított mélységi (DFS) bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet  $G$ -nek?
- [ppZH 2014. ősz]** Igaz-e, hogy ha egy  $n$  csúcsú, aciklikus, irányított  $G$  gráfban van egy  $n - 1$  élű irányított út, akkor  $G$  csúcsainak pontosan egy topologikus sorrendje van?
- [pZH 2013. december 6.]** A  $G$  irányított gráfban van olyan él, aminek az elhagyásával a maradékban nincs irányított kör. Igaz-e, hogy a mélységi bejárás során biztosan nem lehet egynél több visszaél?

9. Tekintsük az olyan  $G$  irányított gráfokat, amelyekben ha eltekintünk az élek irányításától, akkor a kapott irányítatlan  $G'$  gráf összefüggő. A  $G$  gráf egy mélységi bejárásánál maximálisan hány olyan csúcs lehet, amelyre a mélységi és a befejezési szám megegyezik?
10. Bizonyítsuk be, hogy minden  $G = (V, E)$  irányított gráf felbontható két DAG-ra; pontosabban az élhalmazának van olyan  $E_1, E_2$  partíciója ( $E = E_1 \cup E_2$  és  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ ), hogy a  $G_1 = (V, E_1)$  és a  $G_2 = (V, E_2)$  gráfok DAG-ok!