

1. Az előre megszámozott (címkézett) n darab pont közé hányféleképp húzhatunk be éleket úgy, hogy egyszerű gráfhoz jussunk?
 2. Mutassuk meg, hogy ha G véges gráf, akkor páratlan fokú pontjainak száma páros, de ha G nem véges, akkor ez nem feltétlenül igaz.
 3. Egy fának 8 csúcsa van, fokszámai pedig kétfélék. Mi lehet ez a két szám?
 4. Hány éle van az n pontú egyszerű öf. gráfnak, ha pontosan 3 különböző feszítőfája van?
 5. Igaz-e, hogy ha G egyszerű gráf, akkor élei irányíthatók úgy, hogy ne jöjjön létre irányított kör?
 6. Igaz-e, hogy tetszőleges G egyszerű gráf esetén vagy G , vagy a komplementere összefüggő?
 7. Mutassunk a komplementerével izomorf, 5- ill. 6-pontú gráfot!
 8. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Bizonyítsuk be, hogy a gráf összefüggő!
-
9. **[pótZH, 2008. december 5.]** A K_6 gráf minden éléhez kiválasztunk 3 különböző számot az $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmazból. Bizonyítsuk be, hogy bárhogyan is tesszük ezt, lesz két különböző él, amikhez ugyanazt a három számot választottuk.
 10. Van-e olyan egyszerű gráf, aminek a fokszámai
 - (a) 1, 2, 2, 3, 3, 3?
 - (b) 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4?
 11. Mutassunk két olyan fát, amelyeknek a fokszámai megegyeznek, viszont a két fa mégsem izomorf!
 12. Határozzuk meg az összes olyan véges, egyszerű G gráfot, aminek nincs két azonos fokú csúcsa.
 13. Rajzoljuk le az összes olyan fát, ami izomorf a komplementerével!
 14. Bizonyítsuk be, hogy egy n pontú fában a másodfokú pontok száma nem lehet pontosan $n - 3$!
 15. Mutassuk meg, hogy ha egy G gráfnak 11 csúcsa és 45 éle van, akkor G -nek van olyan csúcsa, ami legalább 9-edfokú.
 16. Hány 60 csúcsú, 1768 élű, páronként nem izomorf egyszerű gráf létezik?
 17. Hány pontja van annak a T fának, melyre $|E(\overline{T})| = 15 \cdot |E(T)|$?
 18. A G egyszerű gráfnak e olyan éle, aminek elhagyásával fát kapunk. Mutassuk meg, hogy G -nek még legalább két másik éle is rendelkezik ezzel a tulajdonsággal.
 19. Egy gráf izomorf a komplementerével. Mutassuk meg, hogy összefüggő!
 20. A G egyszerű gráfnak e olyan éle, aminek elhagyásával fát kapunk. Mutassuk meg, hogy G -nek még legalább két másik éle is rendelkezik ezzel a tulajdonsággal.
 21. A G egyszerű gráfnak $2k$ pontja van, minden pontjának foka legalább $k - 1$, és G -nek létezik egy legalább k -adfokú pontja. Bizonyítsuk be, hogy G összefüggő!

22. **[pótZH, 2012. november 29.]** Tegyük fel, hogy a háromszöget nem tartalmazó, irányítatlan, 100 csúcsú G egyszerű gráf 4-reguláris, azaz minden csúcs fokszáma 4. Hány olyan 3 élű részgráfja van G -nek, ami út?
23. Bizonyítsuk be, hogy ha T_1 és T_2 két fa ugyanazon a véges ponthalmazon, és e_1 T_1 éle, akkor létezik T_2 -nek egy e_2 éle, hogy $T_1 - e_1 + e_2$ és $T_2 - e_2 + e_1$ is fa.
24. **[pótpótZH 2010. ősz]** Mutassuk meg, hogy bármely véges G gráfnak legalább $|V(G)| - |E(G)|$ komponense van.