

1. Hányféleképpen lehet az ötös lottón (90 számból ötöt húznak ki) ötös, négyes, illetve hármas találatom? (Feltételezhetjük, hogy a lottózszámokat már kihúzták.)
2. Van 4 halmazunk: A_1, A_2, A_3, A_4 . Mekkora $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$? Szita formula általánosan:

$$\left| \bigcup_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} A_i \right| = \sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}} (-1)^{|I|+1} \cdot \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right|$$

3. $(a + b)^5 = ?$
 4. Egy dobozban 51 piros, 62 zöld és 30 sárga golyó van. Hányat kell (csukott szemmel) kihúzni ahhoz, hogy biztosan legyen köztük
 - (a) legalább két különböző?
 - (b) legalább három piros?
 - (c) legalább két azonos?
 5. Hány olyan szám van 1 és 1000 között (zárt intervallum), ami nem relatív prím 105-höz?
-
6. Bizonyítsuk be, hogy a jelenlévők között van legalább 2, aki a hét ugyanazon napján született!
 7. Hány olyan tízjegyű szám van, melyben a második számjegy 5-ös?
 8. Hány olyan tízjegyű szám van, melyben szerepel az 5-ös számjegy?
 9. Hány olyan 10 hosszú 0-1 sorozat van, melyben legalább 8 darab egyes van?
 10. 256 bites kulccsal titkosítottam egy macskás videót, majd ezt elküldtem egy ismerősömnek emailben. Legfeljebb mennyi ideig kell próbálkoznia az NSA-nak a megnézéshez, ha feltételezzük, hogy másodpercenként 2^{30} kulcsot tudnak kipróbálni? (Feltesszük, hogy az adott titkosítást nem tudják trükkösen feltörni.)
 11. Hány olyan négyjegyű szám van, melyben a jegyek szigorúan monoton növekvő sorrendben követik egymást?
 12. **[pótZH, 2012. november 29.]** A villamosmérnök szak mind az 556 hallgatója két-két ZH-t írt: egyet számítástudományból, egyet pedig analízisből. Számítástudományból senki sem ért el 36 pontnál többet. Bizonyítsuk be, hogy van négy olyan hallgató, akik mellett, hogy ugyanannyi pontot kaptak a számítástudomány ZH-jukra, analízisből is egyforma osztályzatot szereztek.
 13. Egy 12 fős társaságot egy szálloda két háromágyas és három kétágyas szobájában kell elszállásolni. Hány különböző szobabeosztás lehetséges, ha az azonos számú ágyat tartalmazó szobákat nem különböztetjük meg egymástól?
 14. Hányféleképpen helyezhető el 20 különböző zászló 10 számozott zászlórúdra úgy, hogy egy rúdon tetszőlegesen sok zászló lehet (0 és 20 között), és az egyes rudakon a zászlók sorrendje nem számít?

15. [ZH, 2009. október 19.] Van 4 különböző méretű almánk és 8 különböző méretű kör-ténk. Hányféleképpen oszthatjuk szét őket két egyforma kosárba úgy, hogy mindkét kosárba ugyanannyi gyümölcs kerüljön és mindkét kosárban legyen mindkét gyümölcsből?
16. [ZH, 2006.] A le- és felszállás meggyorsítása érdekében a Balkáni Közlekedési Társaság 20 napon keresztül, kísérleti jelleggel egy új, ajtó nélküli villamost közlekedtet. A villamos vezetésére egyelőre csak 15 dolgozónak van képesítése, azonban arra is vigyázni kell, hogy bármely négy egymást követő napon négy különböző dolgozó vezesse a kísérleti járművet. Hányféle lehet az említett 20 napon a kísérleti villamost vezetőik sorrendje?
17. Egy cirkuszban az állatidomár összesen 7 nagymacskát szeretne a porondra küldeni. A cir-kusznak tigrisei, oroszlánjai és párducai vannak, mindből legalább 7 darab. Ha nem tudjuk megkülönböztetni az azonos fajú állatokat, akkor hányféle bevonulási sorrend közül választhat az idomár? És ha a sorrend nem számít?
18. Hányféleképpen húzhatunk a 32 lapos magyar kártyapakliból 4 lapot úgy, hogy legyen benne
- piros vagy ász?
 - piros és ász?
19. Bizonyítsuk be, hogy egy csoportban mindig van legalább két olyan ember, akik ugyanannyi embert ismernek a csoportból! (Az ismeretségek kölcsönösek.)
20. Igazoljuk, hogy öt darab, 10-nél nagyobb prím között lenni kell kettőnek, amik különbsége osztható 10-zel!
21. Bizonyítsuk be, hogy
- $$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$$
 - $$n \binom{n}{k} = (k+1) \binom{n}{k+1} + k \binom{n}{k}$$