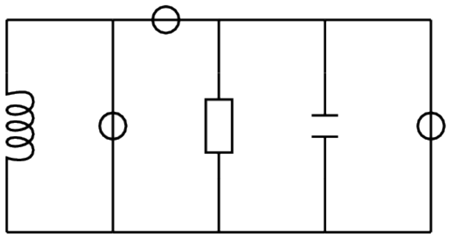
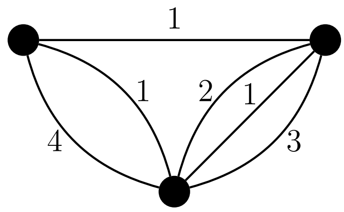
SzA VI. gyakorlat

Körözünk, utazunk

2012. október 11.

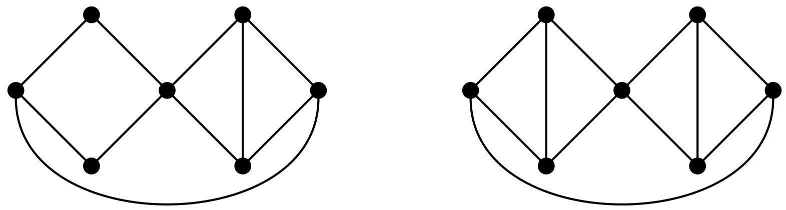
1. Egyértelműen megoldható-e a következő villamos hálózat? (Segítségképpen a hozzá tartozó gráf is fel van rajzolva.)





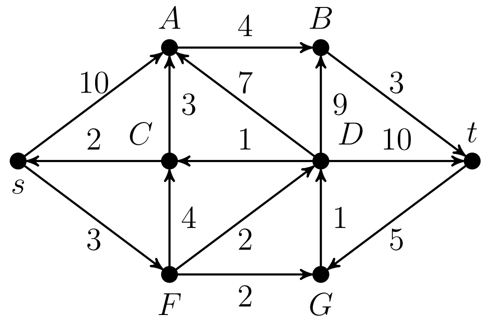
2. **[ZH 2006. március 28.]** Legyen G egy összefüggő gráf, amiben minden pont foka páros. Igaz-e, hogy ha elhagyjuk G-ből egy körének éleit, akkor a maradékban biztosan van Euler-körséta?

3. Mutassunk Hamilton-kört a következő gráfokban, vagy lássuk be, hogy nincs!

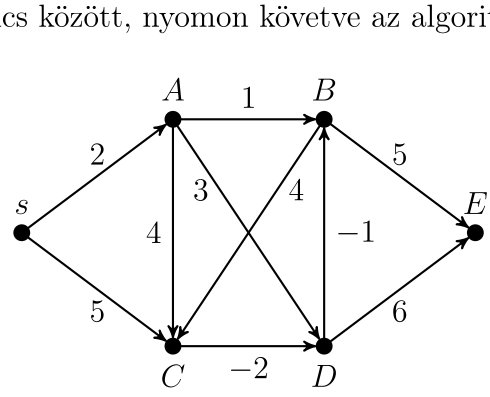


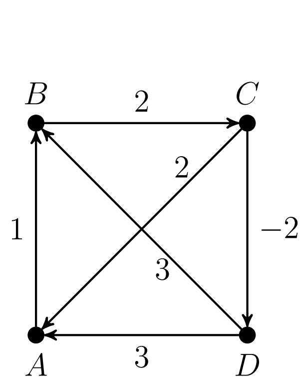
4. Készítsük el a következő gráf szélességi bejárását!

5. Határozzuk meg a Dijkstra algoritmussal a legrövidebb utakat s és a többi csúcs között, nyomon követve az algoritmust!



6. Határozzuk meg a baloldali gráfban Bellmann-Ford algoritmussal a legrövidebb utat s és a többi csúcs között, nyomon követve az algoritmust!





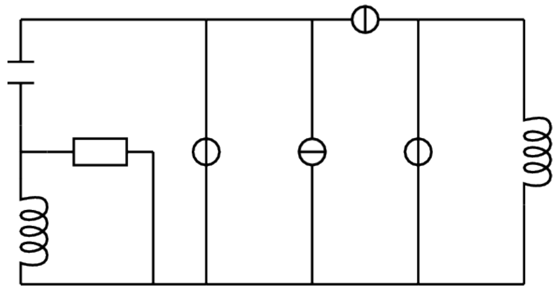
7. Határozzuk meg a Floyd algoritmussal a legrövidebb utat az összes pontpár között a fenti jobb oldali gráfban!

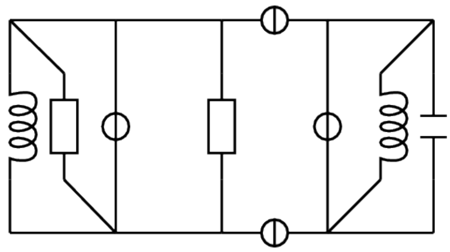
---

8. **[pótpótZH 2010. ősz]** A G gráfot úgy kapjuk, hogy az $1, 2, \ldots$ csúcscímkékkel ellátott teljes gráfban párhuzamos élekként megkettőzzük a $(2, 3, 2, 2, 5, 3, 5, 2)$ Prüfer-kódú F feszítőfa éleit. Van-e G-nek Euler-körsétája?

9. Egy 12 fős társaságban mindenki legalább 6 embert ismer (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsuk be, hogy leültethetők egy kerek asztal köré úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait!

10. Egyértelműen megoldhatók-e a következő villamos hálózatok?





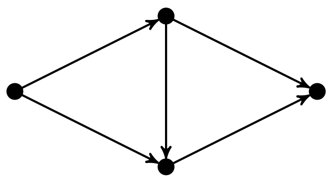
11. Egy 20 fős társaságban mindenki ugyanannyi embert ismer (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsuk be, hogy leültethetők egy kerek asztal köré vagy úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait, vagy úgy, hogy senki se ismerje a szomszédait!

12. Létezik-e olyan 6 pontú és 11 illetve 12 élű gráf, melyben nincs Hamilton-kör?

13. Igazoljuk, hogy ha egy $2k + 1$ pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább k, akkor a gráfban van Hamilton-út!

14. **[pZH 2011. december 1.]** Tudjuk, hogy a 99 csúcsú, egyszerű G gráf maximális fokszáma $\Delta(G) = 30$, másrészt G-nek van Euler-köre. Mutassuk meg, hogy a $\bar{G}$ komplementergráfnak is van Euler-köre.

15. **[ZH 2008. október 10.]** Határozzuk meg ebben a gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!



16. **[pótpótZH 2010. ősz]** Adott egy G gráf, az e él hosszát jelölje $l(e)$. Minden él hosszát növeljük meg 2-vel, azaz legyen $l'(e) = l(e) + 2$ minden élre. Tegyük fel, hogy u és v között P egy legrövidebb út az l' élhosszokkal. Igaz-e, hogy P biztosan egy legrövidebb út u és v között az l' élhosszokra nézve is?

17. **[ZH 2010. október 15.]** Legyenek az F fa csúcsai az $v_1, v_2, \ldots, v_{10}$, élei pedig $v_i v_{i+1}$, ha $1 \le i \le 4$ ill. $v_5 v_j$, ha $6 \le j \le 10$. Tegyük fel, hogy F a G egyszerű gráf v_1-ből indított szélességi bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet G-nek?

18. A G irányított gráfról tudjuk, hogy pontosan egy negatív él van benne, és nem tartalmaz negatív összhosszúságú kört. Az s csúcsból szeretnénk legrövidebb utat találni az összes többibe. Hogy tudnánk ezt megtenni a Dijkstra algoritmus (esetleg többszöri) felhasználásával?

19. Egy teljes gráf minden élét irányítsuk meg valamelyik irányban. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott gráfban van irányított Hamilton-út!