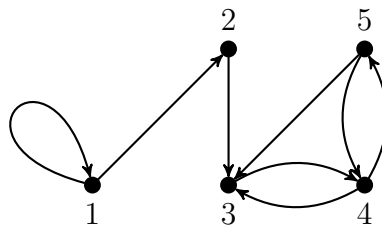
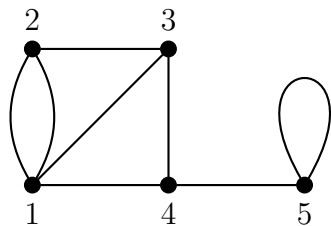


SzA IV. gyakorlat

Barátkozás a gráfokkal

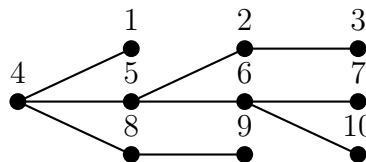
2012. szeptember 27.

1. Írjuk fel a következő gráfok szomszédossági mátrixát!



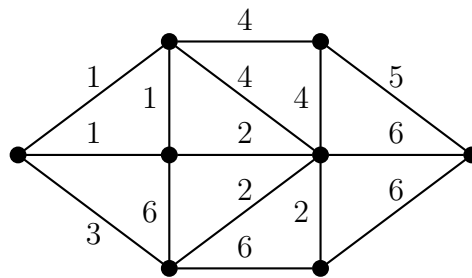
2. Adott egy 5 pontú gráf élek nélkül. Írjuk fel a láncolt szomszédossági listáját, majd húzzuk be sorrendben a következő (irányítatlan) éleket: (1,3), (4,5), (5,5), (2,3), (1,2), (3,4), (1,4), (1,2).

3. (a) Mi a Prüfer-kódja a következő fának?



(b) Rajzoljuk le azt a fát, aminek 2, 5, 5, 1, 4, 6, 6, 5 a Prüfer-kódja!

4. Mennyi a következő gráfban a minimális feszítőfa súlya? Hány különböző minimális feszítőfa van?



5. [ZH 2009. november 23.] A következő tömbök egy gráf szomszédossági listáját írják le. A csúshoz tartozó mutatók listája:

3	6	5	4	2
---	---	---	---	---

. Az éleket leíró láncolt lista:

4	4	2	3	2	3	2	4	5	1
10	*	*	7	8	1	9	*	*	*

Rajzolja le a gráfot!

6. [pótZH, 2011. december 1.] Az egyszerű, irányítatlan, 3-reguláris G gráf szomszédossági mátrixának bizonyos elemei kitörölődtek, csupán az alábbi maradt meg:

$$A(G) = \begin{pmatrix} ? & 1 & ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? & 1 \\ ? & 1 & ? & 1 & 0 & ? \\ ? & ? & 1 & 0 & 1 & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? & 1 \\ ? & ? & ? & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

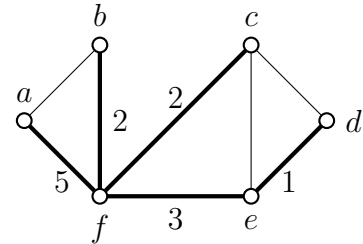
Rajzoljuk le a G gráfot (pontosabban annak egy diagramját).

7. Az előre megszámozott (címkézett) n darab pont közé hányféleképp húzhatunk be éleket úgy, hogy egyszerű gráfhoz jussunk?

8. [pótZH, 2008. december 5.] A K_6 gráf minden éléhez kiválasztunk 3 különböző számot az $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmazból. Bizonyítsuk be, hogy bárhogyan is tesszük ezt, lesz két különböző él, amikhez ugyanazt a három számot választottuk.

9. Bizonyítsuk be, hogy egy gráfban a páratlan fokszámú pontok száma páros!
10. Rajzoljuk le az összes olyan fát, ami izomorf a komplementerével!
11. **[ZH, 2011. október 13.]** Az F fa Prüfer kódja $(1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4)$. Hány éle van F komplementerének?
12. Egy fának 8 csúcsa van, fokszámai pedig kétfélék. Mi lehet ez a két szám?
13. Legalább hány összehasonlítás kell ahhoz, hogy egy n elemű tömbből egy olyan tagot találjunk meg, ami a tömb 10 legkisebb eleme közé tartozik?
14. **[pótZH, 2008. december 5.]** Legfeljebb hány pontja lehet annak a 19 élű G gráfnak, amiben minden pont fokszáma legalább 3?

15. **[ZH, 2011. október 13.]** Az ábrán látható G gráfnak megjelöltük egy F feszítőfáját és a feszítőfa éleinek súlyait. Határozzuk meg, mennyi lehet a G gráf feszítőfán kívüli éleinek minimális összsúlya akkor, ha F minimális súlyú feszítőfája G -nek.



16. **[ZH, 2006. március 28.]** Rajzolja fel az összes olyan páronként nem izomorf egyszerű, összefüggő 5 pontú gráfot, amelyben pontosan egy kör van és a maximális fokszáma legfeljebb 3.
17. Egy n pontú fa Prüfer-kódjában k különböző szám szerepel. Hány elsőfokú pontja lehet ekkor a fának?
18. Hány 60 csúcsú, 1768 élű, páronként nem izomorf egyszerű gráf létezik?
19. Hány olyan különböző fa adható meg n címkézett ponton, amely nem út?
20. Hány éle van az n pontú egyszerű összefüggő gráfnak, ha pontosan 3 különböző feszítőfája van?
21. Egy teljes gráf ponthalmaza $x_1, x_2, \dots, x_k, y_1, y_2, \dots, y_l$. Az (x_i, x_j) élek költsége (súlya) 1, az (y_i, y_j) éleké 2, az (x_i, y_j) éleké 3. Mennyibe kerül a legolcsóbb feszítőfa?
22. Igaz-e, hogy tetszőleges G egyszerű gráf esetén vagy G , vagy a komplementere összefüggő?
23. Bizonyítsuk be, hogy egy n pontú fában a másodfokú pontok száma nem lehet pontosan $n - 3$!
24. Igaz-e, hogy ha G egyszerű gráf, akkor élei irányíthatók úgy, hogy ne jöjjön létre irányított kör?
25. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Bizonyítsuk be, hogy a gráf összefüggő!
26. Egy gráf izomorf a komplementerével. Mutassuk meg, hogy összefüggő!
27. **[pótpótZH 2010. ősz]** Mutassuk meg, hogy bármely véges G gráfnak legalább $|V(G)| - |E(G)|$ komponense van.
28. **[pótpótZH 2010. ősz]** Bizonyítsuk be, hogy ha T_1 és T_2 két fa ugyanazon a véges ponthalmazon, és e_1 T_1 éle, akkor létezik T_2 -nek egy e_2 éle, hogy $T_1 - e_1 + e_2$ és $T_2 - e_2 + e_1$ is fa.