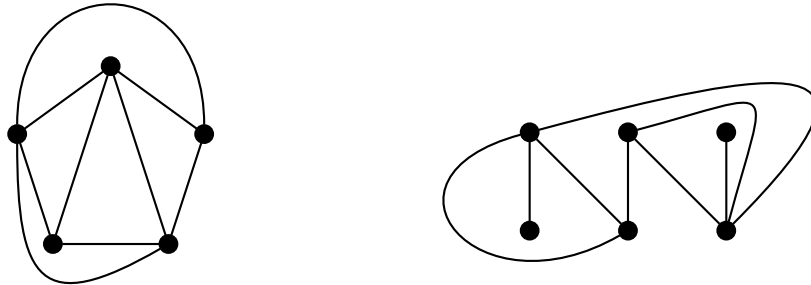


# SzA XI. gyakorlat

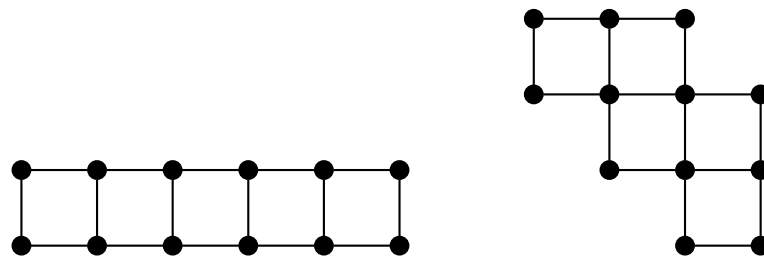
Dualitástól PERTig, hiszen hurrá, ZH!

2012. november 15.

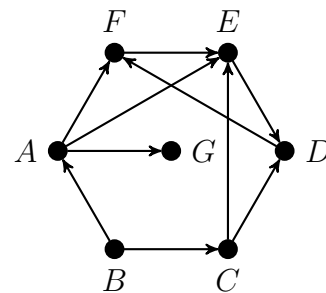
1. Készítsük el az alábbi gráfok duálisát!



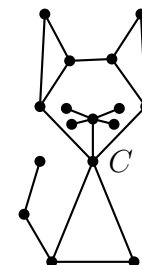
2. Legyen  $G$  egy 20 pontú, összefüggő, 3-reguláris síkgráf. Hány pontja van  $G$  duálisának,  $G^*$ -nak?
3. Gyengén izomorf-e az alábbi két gráf?



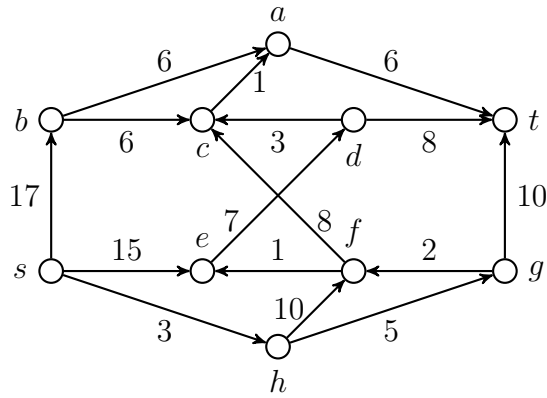
4. Végezzünk mélységi bejárást a következő gráfon  $A$  csúcsból indulva, és osztályozzuk az éleit!



5. Határozzunk meg egy alapkörrendszert és fundamentális vágásrendszert a következő gráfban úgy, hogy a  $C$  pontból indulva készítsünk egy mélységi feszítőfát!



6. [ZH 2011. november 24.] Határozzuk meg az ábrán látható PERT probléma legrövidebb végrehajtási idejét, és állapítsuk meg, mik a kritikus tevékenységek!



- 
7. Rajzoltam egy  $n$  csúcsú fát, de elveszítettem. Rajzoljuk le a duálisát!
  8. Adjunk meg egy olyan  $G_1$  és  $G_2$  gráfokat, hogy adott lerajzolás szerint  $G_1 \cong (G_1^*)^*$  és  $G_2 \not\cong (G_2^*)^*$ !
  9. Mutassunk egy olyan egyszerű  $G$  gráfot, melynek 5 pontja van, és izomorf a duálisával!
  10. **[ZH 2008. november 17]** Határozzuk meg mindazon egyszerű, összefüggő, síkbarajzolható  $G$  gráfokat, amiknek létezik olyan  $G^*$  duálisuk, hogy  $G \cong G^*$  teljesül, továbbá  $e = n + 2$  áll, ahol  $e$  a  $G$  éleinek,  $n$  pedig  $G$  csúcsainak számát jelöli.
  11. **[ZH 2009. november 23.]** Egy 12 csúcsú konvex poliédernek 10 lapja van. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos?
  12. **[PZH 2008. december 5]** Tegyük fel, hogy  $G$  olyan síkbarajzolható, egyszerű gráf, amibe nem tudunk további élt húzni az egyszerűség és síkbarajzolhatóság megtartásával. Igazoljuk, hogy ha  $G^*$  a  $G$  duálisa, akkor  $G^*$  3-reguláris.
  13. **[PPZH 2010. ősz]** Bizonyítsuk be, hogy ha  $G$  egyszerű, síkbarajzolható gráf, akkor  $G$  bármely  $G^*$  duálisának van olyan tartománya, amit legfeljebb 5 él határol.
  14.  $G$  egy összefüggő, irányított gráf, melynek van olyan mélységi bejárása, amelynek során keletkezett feszítőerdő csupa izolált pontból áll. Az ilyen  $n$  pontú gráfok közül hogy néz ki a minimális, illetve a maximális élszámú?
  15. **[PZH 2010. ősz]** Legyenek az  $F$  fa csúcsai az  $v_1, v_2, \dots, v_{10}$ , élei pedig  $v_i v_{i+1}$ , ha  $1 \leq i \leq 4$  ill.  $v_5 v_j$ , ha  $6 \leq j \leq 10$ . Tegyük fel, hogy  $F$  a  $G$  egyszerű, irányítatlan gráf  $v_1$ -ből indított mélységi (DFS) bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet  $G$ -nek?
  16.  $G$  síkbarajzolható és van Euler-köre. Bizonyítsuk be, hogy  $G^*$  páros gráf!