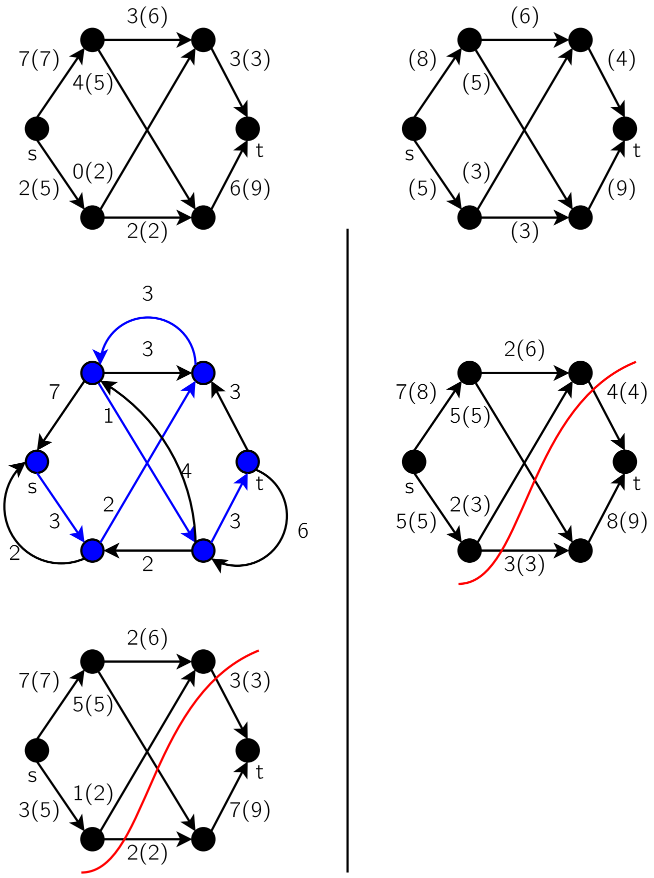
SzA VI. gyakorlat

Folyton folyvást folyamok

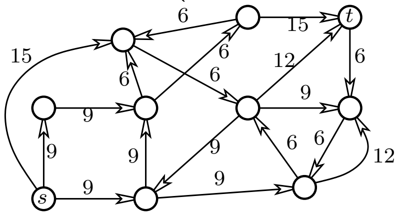
2011. október 11.

1. **Növeljük a bal oldali gráfban a megadott folyamot, ha ez lehetséges, vagy mutassuk meg, hogy ez már egy maximális folyam!**
   Az eredeti alatt a javítógráf egy javítóúttal, utána a végeredmény, egy minimális vágással együtt.



2. **Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást a fenti jobb oldali gráfban!**
   A végeredmény van felrajzolva, minimális vágással együtt.

3. **[ZH 2008. október 10.] Igaz-e, hogy az alábbi ábrához tartozó (G, s, t, c) hálózatban a maximális folyamnagyság (folyamérték) pontosan 17? (Az élekre írt számok a megfelelő kapacitásokat jelölik.)**



A maximális folyamnagyság megegyezik a minimális st-vágás értékével. (3 pont)
Mivel minden él kapacitása 3-mal osztható, (2 pont)
ezért a minimális vágáskapacitás is 3 többszöröse (2 pont)

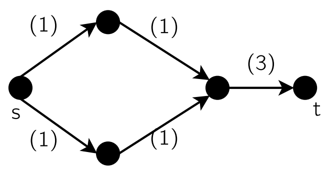
tehát a maximális folyamnagyság is 3-mal osztható. (2 pont)
A 17-et 3-mal osztva 2 maradékot kapunk, ezért a maximális folyamnagyság nem lehet 17. (1 pont)

Meg lehet oldani persze a feladatot a maximális folyam meghatározásával is.

A javító utak módszerével meghatározunk egy maximális folyamot, ami itt 18 értékű lesz. (8 pont)
Tehát a maximális folyamnagyság 18, vagyis semmiképp sem 17. (2 pont)
(Nem rajzolom le, mindenki gyakorolhat)

4. **Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legfeljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak nem számítanak). Adjunk meg olyan algoritmust, mellyel a kisváros térképe alapján eldönthető, hogy megtehető-e ez!**
Feleltessünk meg egy hálózatot a kisváros térképének! Az élek az utcák megfelelő irányítással, a kezdőpont (s) a ház, a végpont (t) a polgármesteri hivatal. Legyen minden él kapacitása 1! Ekkor pontosan akkor létezik 5 éldiszjunkt út, ha létezik s és t között egy legalább 5 értékű folyam. Ezt a javító utas algoritmussal könnyű ellenőrizni.

5. **Igaz-e, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, aminek minden élén a folyam értéke páratlan szám? És ha páros?**
Az első nem igaz, ellenpélda alant. A második igaz, mert ha minden élnek páros a kapacitása, és kezdetben egy 0 értékű folyamból indulunk, akkor a javítóutas algoritmus minden lépésben páros számmal változtatja a folyamértéket, így minden élen mindig páros érték fog szerepelni, értelemszerűen a maximális esetben is.



6. **Igaz-e, hogy tetszőleges (nem 0 értékű folyammal rendelkező) hálózatban van olyan él, aminek a kapacitását csökkentve a maximális folyamnagyság csökken? Igaz-e, hogy tetszőleges (nem 0 értékű folyammal rendelkező) hálózatban van olyan él, aminek a kapacitását növelve, a maximális folyamnagyság növekszik?**
Első eset: feltételezve, hogy a max folyam nagyobb nullánál, igaz. Ekkor ugyanis egy minimális vágásban egy tetszőleges él kapacitását csökkentve kisebb lesz a vágás értéke, tehát a maximális folyam értéke is csökken. Második eset: nem igaz, ellenpélda: olyan gráf, ahol két, egymástól független minimális vágás is van.