

SzA X. gyakorlat kiegészítő feladatok

1. [ZH 2009. november 23.] Egy 12 csúcú konvex poliédernek 10 lapja van. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos?
2. Bizonyítsuk be, hogy minden n pontú gráfra $\chi(G) \leq 1 + n - \alpha(G)$!
3. Legyen G olyan (irányítatlan) gráf, melynek kromatikus száma k . Bizonyítsuk be, hogy ekkor G élei irányíthatók úgy, hogy a leghosszabb irányított út legfeljebb k pontot tartalmazzon!
4. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges egyszerű G gráfra $\chi(G) \geq |V(G)|/\alpha(G)$!
5. Igaz-e, hogy minden egyszerű G gráfnak van olyan $\chi(G)$ színnel való színezése, melyben az egyik színosztály pontosan $\alpha(G)$ csúcsot tartalmaz?
6. Adjuk példát minden $k \geq 2$ pozitív egész esetén olyan G_k gráfra, melynek kromatikus száma 2, de megadható a csúcsainak olyan sorrendje, hogy azokat e sorrendben színezve k szint fogunk használni! (G_k -nak tetszőleges számú csúcsa és éle lehet, mi választhatjuk meg.)
7. Legyen G olyan gráf, melynek kromatikus száma k . Legyen $A \subseteq V(G)$ a csúcsok egy olyan részhalmaza, melyben tetszőleges két pont távolsága legalább négy (két pont távolsága a közöttük vezető utak közül a minimális élszámú). Mutassuk meg, hogy az A -beli csúcsok tetszőleges $k + 1$ színnel való színezése kiterjeszthető az egész G gráf $k + 1$ színnel való színezésévé! (Kiterjesztésen azt értjük, hogy a keresett színezésnél az A -beli csúcsok a megadott $(k + 1)$ -színezésük szerinti szintet kapják.)
8. G egy összefüggő, irányított gráf, melynek van olyan mélységi bejárása, amelynek során keletkezett feszítőerdő csupa izolált pontból áll. Az ilyen n pontú gráfok közül hogy néz ki a minimális, illetve a maximális élszámú?