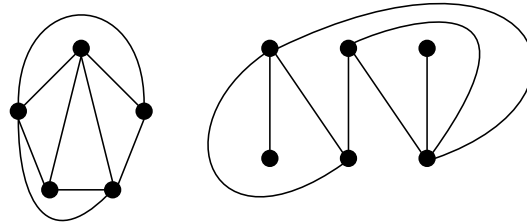


# SzA IX. gyakorlat

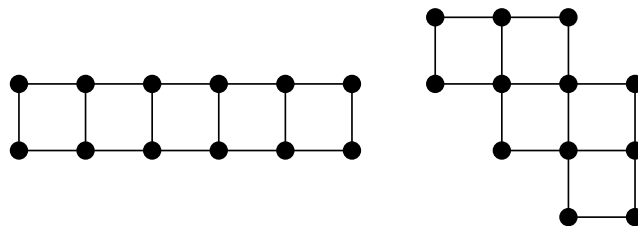
## Dualitás és egyebek

2010. november 3/4.

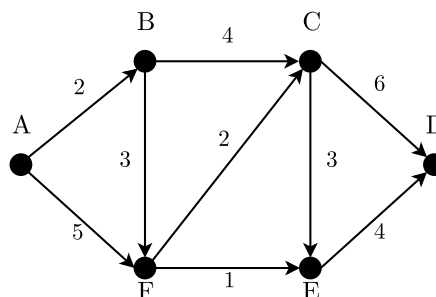
1. Készítsük el az alábbi gráfok duálisát!



2. Legyen  $G$  egy 20 pontú, összefüggő, 3-reguláris síkgráf. Hány pontja van  $G$  duálisának,  $G^*$ -nak?
3. Mutassunk egy olyan egyszerű  $G$  gráfot, melynek 5 pontja van, és izomorf a duálisával!
4. Egy nemzetközi konferencián 5 ország egy-egy képviselője ül asztalhoz. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, akiknek az országa nem szomszédos!
5. Rajzoltam egy  $n$  csúcsú fát, de elveszítettem. Rajzoljuk le a duálisát!
6. Gyengén izomorf-e ez a két gráf?



7. Milyen a teljes gráf mélységi bejárása?
8. Határozzuk meg a PERT-módszer segítségével az alábbi tevékenységekhez szükséges összidőt, és a kritikus tevékenységeket!



9. Gondoltam egy egész számot 0 és 31 között. Nyilván ki lehet barkochbázni 5 kérdéssel. Adjunk meg előre 5 kérdést úgy, hogy az azokra adott válaszokból kitalálható legyen a gondolt szám!

10. Hány összehasonlítóval lehet megtalálni  $n$  elem közül a legkisebbet? (Ha kitaláltuk, hogy valamilyen  $k$ , akkor be kell bizonyítani, hogy  $k$  mindig elég, és van olyan eset, mikor  $k$  szükséges is.)
11. Rendezzük a következő listát beszűrásos, buborék- és összefésüléssel:  $[4, 11, 9, 10, 5, 6, 8, 1, 2, 16]$ .
12. A  $[6, 4, 8, 3, 7, 2, 5, 1]$  tömb rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre:  $[4, 6, 3, 8, 7, 2, 5, 1]$ . Az alább felsorolt módszerek közül mely(ek) alkalmazásakor fordulhatott elő?
- (a) beszűrásos rendezés
  - (b) buborékrendezés
  - (c) összefésüléssel rendezés
- 
13. Adjunk meg egy olyan  $G_1$  és  $G_2$  gráfokat, hogy adott lerajzolás szerint  $G_1 \cong (G_1^*)^*$  és  $G_2 \not\cong (G_2^*)^*$ !
14.  $G$  egy összefüggő, irányított gráf, melynek van olyan mélységi bejárása, amelynek során keletkezett feszítőerdő csupa izolált pontból áll. Az ilyen  $n$  pontú gráfok közül hogy néz ki a minimális, illetve a maximális élszámú?
15. **[ZH 2008. november 17]** Határozzuk meg mindazon egyszerű, összefüggő, síkbarajzolható  $G$  gráfokat, amiknek létezik olyan  $G^*$  duálisuk, hogy  $G \cong G^*$  teljesül, továbbá  $e = n + 2$  áll, ahol  $e$  a  $G$  éleinek,  $n$  pedig  $G$  csúcsainak számát jelöli.
16. **[PZH 2008. december 5]** Tegyük fel, hogy  $G$  olyan síkbarajzolható, egyszerű gráf, amibe nem tudunk további élt húzni az egyszerűség és síkbarajzolhatóság megtartásával. Igazoljuk, hogy ha  $G^*$  a  $G$  duálisa, akkor  $G^*$  3-reguláris.
17. **[ZH 2009. november 23.]** Egy 12 csúcsú konvex poliédernek 10 lapja van. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos?