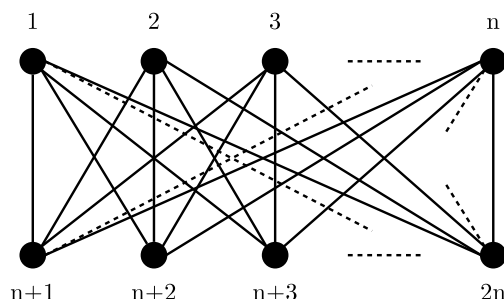


SzA V. gyakorlat

A gráfok összefüggnek, meg lehetnek párosak is

2010. október 6/14.

1. Határozzuk meg azt a legnagyobb k számot, amelyre a következő, $2n$ csúcsú gráf ($K_{n,n}$, teljes páros gráf) k -szorosan összefüggő!



2. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gráf k -szorosan pontösszefüggő, akkor k -szorosan élösszefüggő is!
 3. Legyen G az a gráf, mely egy 8 hosszú körből úgy keletkezik, hogy a körön átellenes csúcsokat egy-egy éllel összekötjük. Igazoljuk, hogy G háromszorosan pontösszefüggő, de négyszeresen már nem!
 4. A 10-csúcsú teljes gráfnak legfeljebb hány élét lehet elhagyni úgy, hogy a maradék gráf 4-élösszefüggő legyen?
 5. **[ZH 2008. október 10.]** Tegyük fel, hogy a G gráf k -szorosan élösszefüggő, F a G egy feszítőfája és e az F egy éle. Bizonyítsuk be, hogy a G gráfnak legalább $k - 1$ olyan, e -től különböző f éle van, amire igaz, hogy F -ből e -t törölve és f -et behúzva G egy feszítőfáját kapjuk.
 6. G páros gráf. Igaz-e, hogy ha G -ben van Hamilton-kör, akkor van benne teljes párosítás? Igaz-e az állítás megfordítása?
 7. Bizonyítsuk be, hogy egy 2-reguláris, páros gráfban (tehát amiben minden fokszám 2) a különböző teljes párosítások száma mindig 2-nek valamilyen pozitív egész kitevős hatványa.
-
8. Igaz-e, hogy ha a G gráfban van k db éldiszjunkt út u -ból v -be, és v -ből w -be is, akkor van k db éldiszjunkt út u -ból w -be is?
 9. Igaz-e, hogy ha a G gráfban van k db pontdiszjunkt út u -ból v -be, és v -ből w -be is, akkor van k db pontdiszjunkt út u -ból w -be is?
 10. Bizonyítsuk be, hogy egy $G = (V, E)$ gráf akkor és csak akkor k -szorosan élösszefüggő, ha a csúcsoknak minden valódi $\emptyset \neq X \subset V$ részhalmazából legalább k él lép ki a $V - X$ halmazba!
 11. Legyenek A, B, C páronként diszjunkt, r -elemű halmazok. A $G = (V, E)$ gráf csúcshalmaza legyen $V = A \cup B \cup C$, és legyen $uv \in E$, ha u és v nem ugyanabból az r -elemű halmazból valók. Mekkora az a legnagyobb k érték, melyre G k -összefüggő?

12. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 2010-pontú G gráf 7-szeresen pontösszefüggő, akkor bármely két csúcsa között vezet legfeljebb 287-élű út.
13. A G irányított gráf minden csúcsából k él indul és k él érkezik. Igaz-e, hogy G -nek kiválaszthatók pontdiszjunkt irányított körei, amik G minden csúcsán áthaladnak?