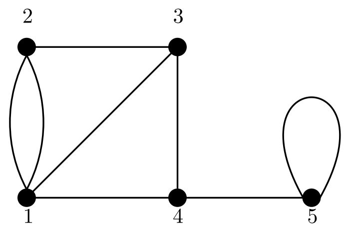
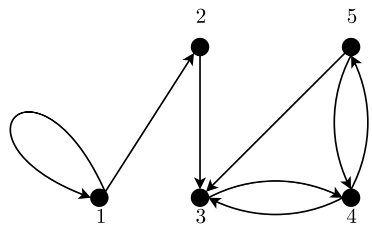
SzA IV. gyakorlat

Gráfos számolgatások

2010. szeptember 29/30.

1. **Írjuk fel a következő gráfok szomszédossági mátrixát és láncolt szomszédossági listáit!**





Mátrixok:

$$A(bal) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A(jobb) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bal oldali szomszédossági listája:

1	5	8	11	14

2	2	3	4	1	1	3	2	1	4	1	3	5	4	5
2	3	4	*	6	7	*	9	10	*	12	13	*	15	*

Jobb oldali szomszédossági listája:

1	3	4	5	7

1	2	3	4	3	5	3	4
2	*	*	*	6	*	8	*

(remélhetőleg nem gépeltem el semmit)

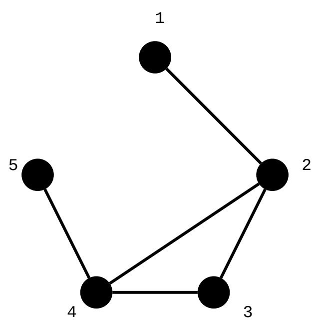
2. **[ZH 2009. november 23.] A következő tömbök egy gráf szomszédossági listáját írják le. A csúcshoz tartozó mutatók listája:**

3	**6**	**5**	**4**	**2**

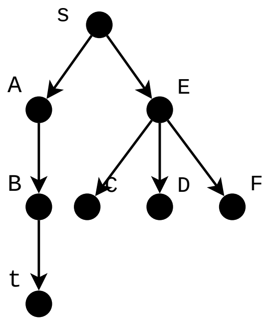
Az éleket leíró láncolt lista:

4	**4**	**2**	**3**	**2**	**3**	**2**	**4**	**5**	**1**
10	*	*	**7**	**8**	**1**	**9**	*	*	*

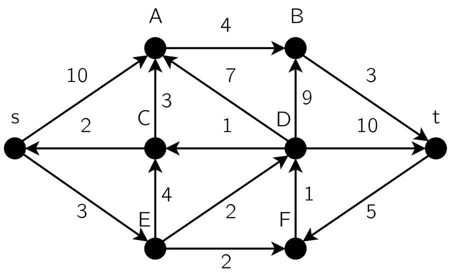
Rajzolja le a gráfot!

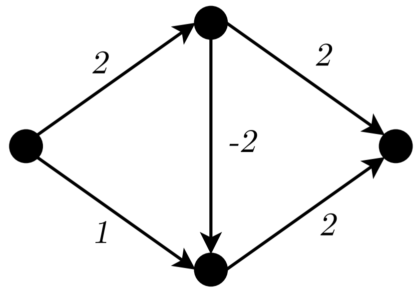


3. **Készítsük el az alábbi bal oldali gráf szélességi bejárását!**
Egy lehetséges megoldás:



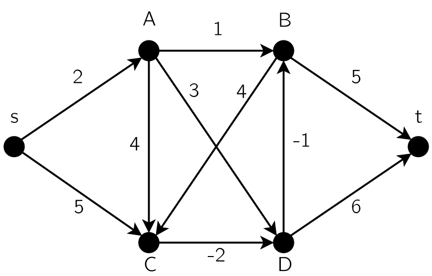
4. **Határozzuk meg a Dijkstra-algoritmussal a legrövidebb utakat s és a többi csúcs között, nyomon követve az algoritmust!**
A tanultak szerint, ezt nem írom le.

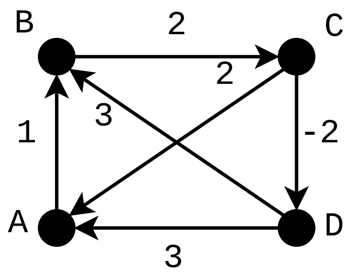




5. **[ZH 2008. október 10.] Határozzuk meg a fenti jobb oldali gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!**
Attól, hogy rakunk bele negatív élsúlyt, még akár működhetne! Úgy kell negatív élsúlyt belerakni, hogy romoljon el. Az ábrán látható súlyozással az alsó csúcsra az algoritmus 1-et mond, pedig a legrövidebb út oda 0 lenne a bal oldali csúcsból.

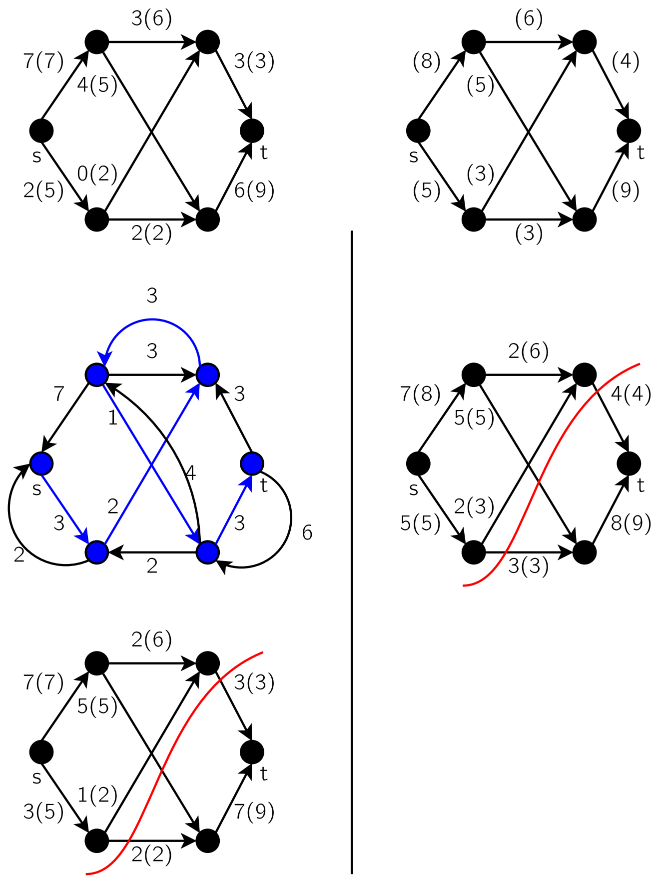
6. **Határozzuk meg a Bellmann-Ford algoritmussal a legrövidebb utat s és a többi csúcs között, nyomon követve az algoritmust!** Lásd könyv, előadás, animáció.





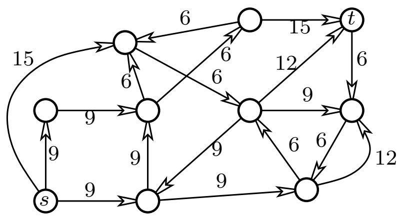
7. **Határozzuk meg a Floyd algoritmussal a legrövidebb utat az összes pontpár között a fenti jobb oldali gráfban!** Lásd könyv, előadás, animáció.

8. **Növeljük a bal oldali gráfban a megadott folyamot, ha ez lehetséges, vagy mutassuk meg, hogy ez már egy maximális folyam!**
Az eredeti alatt a javítógráf egy javítóúttal, utána a végeredmény, egy minimális vágással együtt.



9. **Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást a fenti jobb oldali gráfban!**
A végeredmény van felrajzolva, minimális vágással együtt.

10. **[ZH 2008. október 10.] Igaz-e, hogy az alábbi ábrához tartozó (G, s, t, c) hálózatban a maximális folyamnagyság (folyamérték) pontosan 17? (Az élekre írt számok a megfelelő kapacitásokat jelölik.)**

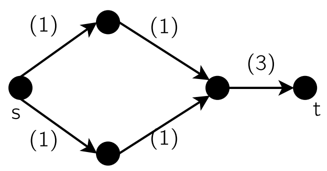


Nem. Legegyszerűbb megoldás: minden kapacitás osztható hárommal, így a minimális vágás is osztható 3-mal, tehát a maximális folyam is, a 17 pedig nem, így ez nem lehet a maximális folyam értéke. Természetesen meg lehet oldani a javítóutas algoritmussal, ahonnan kijön, hogy van ennél több; továbbá érzésből felrajzolva egy 17-nél nagyobb értékű, *jó* folyamot is azonnal látszik.

11. **Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legfeljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak nem számítanak). Adjunk meg olyan algoritmust, mellyel a kisváros térképe alapján eldönthető, hogy megtehető-e ez!**
Feleltessünk meg egy hálózatot a kisváros térképének! Az élek az utcák megfelelő

irányítással, a kezdőpont (s) a ház, a végpont (t) a polgármesteri hivatal. Legyen minden él kapacitása 1! Ekkor pontosan akkor létezik 5 éldiszjunkt út, ha létezik s és t között egy legalább 5 értékű folyam. Ezt a javító utas algoritmussal könnyű ellenőrizni.

12. **Igaz-e, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, aminek minden élén a folyam értéke páratlan szám? És ha páros?**
Az első nem igaz, ellenpélda alant. A második igaz, mert ha minden élnek páros a kapacitása, és kezdetben egy 0 értékű folyamból indulunk, akkor a javítóutas algoritmus minden lépésben páros számmal változtatja a folyamértéket.



13. **Igaz-e, hogy tetszőleges hálózatban van olyan él, aminek a kapacitását csökkentve a maximális folyamnagyság csökken? Igaz-e, hogy tetszőleges hálózatban van olyan él, aminek a kapacitását növelve, a maximális folyamnagyság növekszik?**
Első eset: feltételezve, hogy a max folyam nagyobb nullánál, igaz. Ekkor ugyanis egy minimális vágásban egy tetszőleges él kapacitását csökkentve kisebb lesz a vágás értéke, tehát a maximális folyam értéke is csökken. Második eset: nem igaz, ellenpélda: olyan gráf, ahol két, egymástól független minimális vágás is van.