

SzA II. gyakorlat

Barátkozás a gráfokkal

2010. szeptember 15/16.

1. Hány éle van az n csúcsú teljes gráfnak?
2. Az előre megszámozott (címkézett) n darab pont közé hányféleképp húzhatunk be éleket úgy, hogy egyszerű gráfhoz jussunk?
3. **[pótZH, 2008. december 5.]** A K_6 gráf minden éléhez kiválasztunk 3 különböző számot az $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmazból. Bizonyítsuk be, hogy bárhogyan is tesszük ezt, lesz két különböző él, amikhez ugyanazt a három számot választottuk.
4. Bizonyítsuk be, hogy egy gráfban a páratlan foksámú pontok száma páros!
5. Van-e olyan (legalább 2 pontú) egyszerű gráf, melyben minden pont foka különböző?
6. Igaz-e, hogy ha G egyszerű gráf, akkor élei irányíthatók úgy, hogy ne jöjjön létre irányított kör?
7. **[pótZH, 2008. december 5.]** Legfeljebb hány pontja lehet annak a 19 élű G gráfnak, amiben minden pont foka legalább 3?
8. Igaz-e, hogy tetszőleges G egyszerű gráf esetén vagy G , vagy a komplementere összefüggő?
9. Egy gráf izomorf a komplementerével. Mutassuk meg, hogy összefüggő!
10. Rajzoljuk le az összes olyan fát, ami izomorf a komplementerével!
11. Hány 60 csúcsú, 1768 élű, páronként nem izomorf egyszerű gráf létezik?
12. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Bizonyítsuk be, hogy a gráf összefüggő!
13. Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű gráf akkor és csak akkor fa, ha egy pontból áll vagy bármely két pontját pontosan egy út köti össze!
14. Bizonyítsuk be, hogy egy n pontú fában a másodfokú pontok száma nem lehet pontosan $n - 3$!
15. Egy fának 8 csúcsa van, foksámái pedig kétfélek. Mi lehet ez a két szám?
16. Bizonyítsuk be, hogy ha T_1 és T_2 két fa ugyanazon a véges ponthalmazon, és e_1 T_1 éle, akkor létezik T_2 -nek egy e_2 éle, hogy $T_1 - e_1 + e_2$ és $T_2 - e_2 + e_1$ is fa.
17. **[ZH, 2006. március 28.]** Rajzolja fel az összes olyan páronként nem izomorf egyszerű, összefüggő 5 pontú gráfot, amelyben pontosan egy kör van és a maximális foka legalább 3.
18. A következő gráfok közül soronként kettő izomorf. Melyek ezek?

