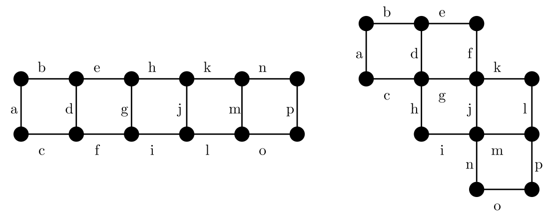
SzA VIII. gyakorlat

Vegyesfelvágott

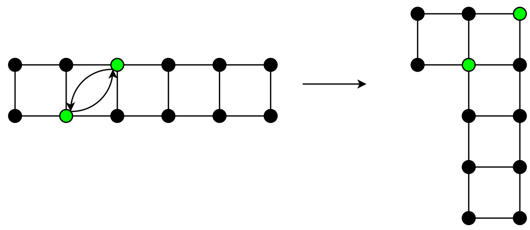
2009. október 28.

1. **Adjunk meg egy olyan G_1 és G_2 gráfokat, hogy adott lerajzolás szerint $G_1 \cong (G_1^*)^*$ és $G_2 \ncong (G_2^*)^*$!**
   Az előző feladatsorban volt példa mindkét esetre.

2. **Gyengén izomorf-e ez a két gráf?**

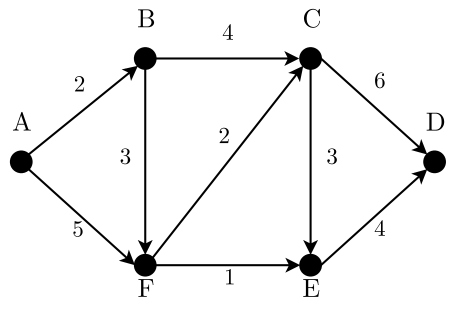


   Igen, egy megfeleltetés az élek között az ábrán látható. Whitney-tételek alapján is meg lehet csinálni, a következőhöz hasonló lépéseket felhasználva:



3. **Milyen a teljes gráf mélységi bejárása?**
   Egy n hosszú út.

4. **Határozzuk meg a PERT-módszer segítségével az alábbi tevékenységekhez szükséges összidőt, és a kritikus tevékenységeket!**



   Topologikus sorrend (emeletek): $ABFCED$. Idők: $A:0, B:2, F:5, C:7, E:10, D:14$, és mindegyik kritikus.

5. **G egy összefüggő, irányított gráf, melynek van olyan mélységi bejárása, amelynek során keletkezett feszítőerdő csupa izolált pontból áll. Az ilyen n pontú gráfok közül hogy néz ki a minimális, illetve a maximális élszámú?**

Összefüggőség miatt fánál kevesebb él nem jöhet szóba, az $n-1$ hosszú út (a bejárás során „visszafele” haladva) pont jó. A maximális élszámúhoz meg kell gondolni, hogy DAG-nak kell lennie (irányított kör elrontaná az izoláltságot minden bejárásnál, ugyanis lenne visszaél, lásd tétel), tehát írjuk fel a topolgikus sorrendben a pontokat, és ha minden lehetséges előrefele mutató élet behúzunk (azaz az i csúcsból vezet irányított él minden $i+1 \dots n$ csúcsba), akkor még pont jók vagyunk, többet a minden lehetségesnél meg nem tudunk behúzni. **Megjegyzés:** a maximális élszám számolásakor feltettem, hogy egyszerű a gráf. Ha lehetnének párhuzamos élek, akkor tetszőlegesen sokat be lehetne húzni, tehát a feladat szövegezése szerint a megoldás ∞ (bár a szándékom nem ez volt).

6. **Gondoltam egy egész számot 0 és 31 között. Nyilván ki lehet barkochbázni 5 kérdéssel. Adjunk meg előre 5 kérdést úgy, hogy az azokra adott válaszokból kitalálható legyen a gondolt szám!**
Rákérdezünk, hogy bináris alakban az egyes számjegyek 1 értékűek-e? Mind az 5 helyiértéket végigkérdezve pont megkapjuk.

7. **Hány összehasonlítással lehet megtalálni n elem közül a legkisebbet? (Ha kitaláltuk, hogy valamilyen k, akkor be kell bizonyítani, hogy k mindig elég, és van olyan eset, mikor k szükséges is.)**
$n-1$ mindig elég, hiszen ha mindig megtartjuk a legkisebb eddig találtat, és azzal hasonlítjuk a többit, akkor nem maradhat ki egy sem, a tranzitivitás miatt pedig a végére a legkisebb lesz a kezünkben. Ennyi szsükséges is, hiszen tfh valaki ad nekünk egy ennél kevesebbel is boldoguló algoritmust. Először adjunk neki n számot, és készítsünk egy összehasonlítottsági gráfot a működése közben. Nyilván ez a gráf nem lehet összefüggő (kevesebb, mint $n-1$ éle van), tehát legalább két komponense van. Legyünk gonoszak, és az egyik olyan komponensben, ahol az algoritmus szerint nincs a legkisebb, csökkentsük az összes szám értékét egy nagy számmal (hogy biztos itt legyen a legkisebb). Az így megváltoztatott számokat beadva az algoritmusnak pontosan az előző lépéseket fogja végrehajtani (a reláció semelyik két hasonlítottnál nem változott), így az eredetileg legkisebbnek mondott számot fogja megadni, pedig annál van kisebb is. Tehát nem létezhet ilyen algoritmus.

8. **Rendezzük a következő listát beszúrásos, buborék- és összefésüléses rendezés segítségével:** $[4, 11, 9, 10, 5, 6, 8, 1, 2, 16]$.
Könyv, órai jegyzet, gyakorlat.

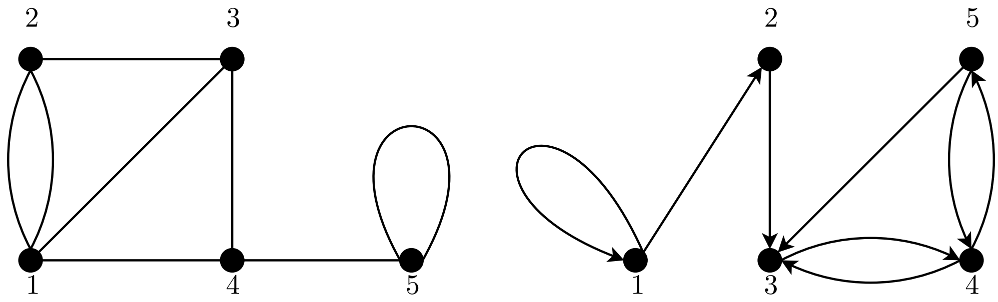
9. **A** $[6, 4, 8, 3, 7, 2, 5, 1]$ **tömb rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre:** $[4, 6, 3, 8, 7, 2, 5, 1]$**. Az alább felsorolt módszerek közül mely(ek) alkalmazásakor fordulhatott elő?**

   (a) **beszúrásos rendezés** nem, mert teljes méretű listánk csak a rendezés legvégén van, viszont akkor már rendezett.

   (b) **buborékrendezés** igen, először 4-6 csere, aztán 6-8 nem csere, majd 8-3 csere, és pont ez jön ki.

   (c) **összefésüléses rendezés** implementációtól függ. Ha külön ábrázoljuk a közbülső listákat, akkor teljes hosszúság csak a legvégén, rendezett állapotban lehet, tehát nem. Ha egyben, akkor a $[6, 4]$, $[8, 3]$, $[7, 2]$, $[5, 1]$ kis listákból az első kettőt már rendezte, a többit még nem.

10. **Írjuk fel a következő gráfok szomszédossági mátrixát és szomszédossági listáit!**



Mátrixok:

$$A(bal) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A(jobb) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

és $l_{bal}(1) = (2,2,3,4)$; $l_{bal}(2) = (1,1,3)$; $l_{bal}(3) = (1,2,4)$; $l_{bal}(4) = (1,3,5)$; $l_{bal}(5) = (4,5)$, továbbá $l_{jobb}(1) = (2,3)$; $l_{jobb}(2) = (3)$; $l_{jobb}(3) = (4)$; $l_{jobb}(4) = (3,5)$; $l_{jobb}(5) = (3,4)$, feltéve, hogy nem gépeltem el valamit.

11. **[ZH 2008. november 17.] Topologikusan izomorf-e az** $l_G(1) = (2,5)$; $l_G(2) = (1,3,5)$; $l_G(3) = (2,4)$; $l_G(4) = (3,5)$; $l_G(5) = (1,2,4)$ **szomszédossági listákkal megadott** G **gráf az** $A(H) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **szomszédossági mátrixszal megadott** H **gráffal?**

Igen, ábrák alant, az eltüntett másodfokú csúcsok a hozzájuk tartozó élekkel zölddel megjelölve. A két keletkező gráf izomorf, tehát az eredetiek topologikusan izomorfak (egyébként elég lenne kevesebb összevonás is). Nem a feladat része, de egyébként a két gráf nem izomorf, hiszen az egyikben vannak egymással összekötött másodfokú csúcsok, míg a másikban nincsenek.