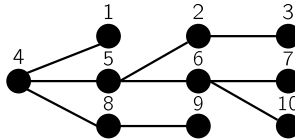


SzA III. gyakorlat

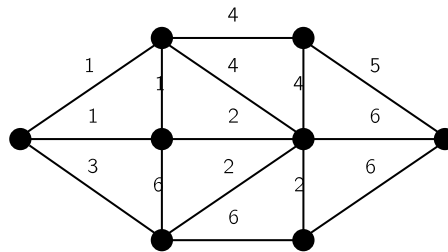
Fázunk, körözünk, utazunk

2009. szeptember 23.

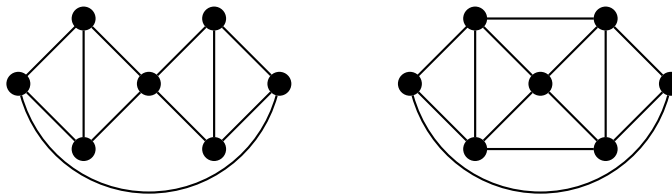
1. Mi a Prüfer-kódja ennek fának?



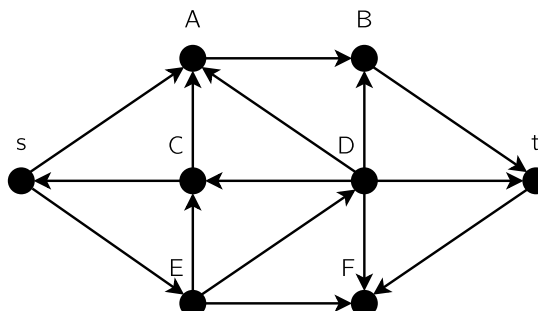
2. Rajzoljuk le azt a fát, aminek 2, 5, 5, 1, 4, 6, 6, 5 a Prüfer-kódja!
3. Hány éle van az n pontú egyszerű összefüggő gráfnak, ha pontosan 3 különböző feszítőfája van?
4. Mennyi az alábbi gráfban a minimális feszítőfa súlya? Hány különböző minimális feszítőfa van?



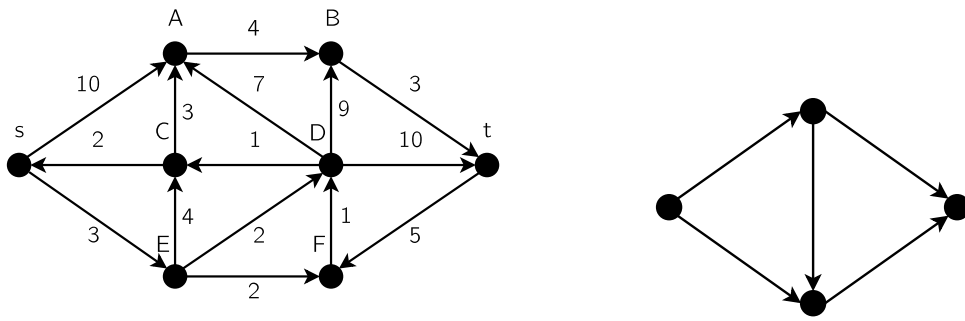
5. [ZH 2006. március 28.] Legyen G egy összefüggő gráf, amiben minden pont foka páros. Igaz-e, hogy ha elhagyjuk G -ből egy körének éleit, akkor a maradékban biztosan van Euler-körséta?
6. Mutassunk Hamilton-kört a következő gráfokban, vagy lássuk be, hogy nincs!



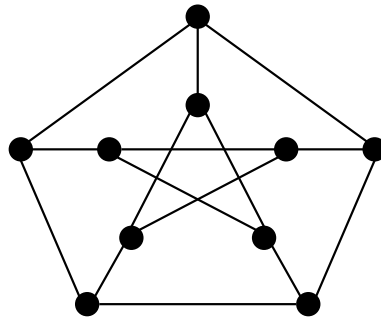
7. Egy 12 fős társaságban mindenki legalább 6 embert ismer (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsuk be, hogy leültethetők egy kerek asztal köré úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait!
8. Készítsük el az alábbi gráf szélességi bejárását!



9. Határozzuk meg a Dijkstra-algortmussal a legrövidebb utat s és t között, nyomon követve az algoritmust!



10. [ZH 2008. október 10.] Határozzuk meg a fenti jobb oldali gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!
-
11. Egy n pontú fa Prüfer-kódjában k különböző szám szerepel. Hány elsőfokú pontja lehet ekkor a fának?
12. Hány olyan különböző fa adható meg n címkézett ponton, amely nem út?
13. Egy teljes gráf ponthalmaza $x_1, x_2, \dots, x_k, y_1, y_2, \dots, y_l$. Az (x_i, x_j) élek költsége (súlya) 1, az (y_i, y_j) éleké 2, az (x_i, y_j) éleké 3. Mennyibe kerül a legolcsóbb feszítőfa?
14. Igazoljuk, hogy ha egy gráf minden pontjának foka 4, akkor élei színezhethők piros és kék színekkel úgy, hogy minden él teljes hosszában egyszínű legyen és minden ponthoz két piros és két kék él illeszkedjék.
15. Van-e az ábrán látható Petersen-gráfban Hamilton-út? És Hamilton-kör?



16. Egy 20 fős társaságban mindenki ugyanannyi embert ismer (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsuk be, hogy leültethetők egy kerek asztal köré vagy úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait, vagy úgy, hogy senki se ismerje a szomszédait!
17. Igazoljuk, hogy ha egy $2k + 1$ pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább k , akkor a gráfban van Hamilton-út!
18. Létezik-e olyan 6 pontú és 11 illetve 12 élű gráf, melyben nincs Hamilton-kör?
19. Egy teljes gráf minden élit irányítsuk meg valamelyik irányban. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott gráfban van irányított Hamilton-út!