

SzA II. gyakorlat

Barátkozás a gráfokkal

2009. szeptember 16.

1. Hány éle van az n csúcsú teljes gráfnak?
2. Bizonyítsuk be, hogy egy gráfban a páratlan fokszámú pontok száma páros!
3. Van-e olyan (legalább 2 pontú) egyszerű gráf, melyben minden pont foka különböző?
4. Egy gráf izomorf a komplementerével. Mutassuk meg, hogy összefüggő!
5. Rajzoljuk le az összes olyan fát, ami izomorf a komplementerével!
6. Igaz-e, hogy tetszőleges G egyszerű gráf esetén vagy G , vagy a komplementere összefüggő?
7. Hány 60 csúcsú, 1768 élű, páronként nem izomorf egyszerű gráf létezik?
8. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Bizonyítsuk be, hogy a gráf összefüggő!
9. Egy alkalommal Sherlock Holmes és Dr. Watson közösen látogattak el egy (velük együtt) 10 tagú társaságba. Dr. Watson – talán unatkozott – mindenkitől megkérdezte, hogy hány embert ismer a többiek közül (az ismeretségek kölcsönösök). Végül megmutatta a 10 választ Holmesnak: 2, 2, 7, 4, 3, 5, 6, 2, 6, 2. A nagy detektív mélyet szívott a pipájából, majd azt mondta:
— Valaki tévedett, vagy – ami rosszabb – szándékosan hazudott.
Honnan tudta?
10. Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű gráf akkor és csak akkor fa, ha egy pontból áll vagy bármely két pontját pontosan egy út köti össze!
11. Bizonyítsuk be, hogy egy n pontú fában a másodfokú pontok száma nem lehet pontosan $n - 3$!
12. **[ZH, 2006. március 28.]** Rajzolja fel az összes olyan páronként nem izomorf egyszerű, összefüggő 5 pontú gráfot, amelyben pontosan egy kör van és a maximális fokszáma legfeljebb 3.
13. A következő gráfok közül soronként kettő izomorf. Melyek ezek?

