

SzA X. gyakorlat

Számok

2009. november 11.

1. Az 1 prímszám?
2. Határozzuk meg az Euklidészi algoritmussal 504 és 372 legnagyobb közös osztóját!
3. Határozzuk meg 504 és 372 legkisebb közös többszörösét!
4. Hány osztója van 504-nek?
5. a és b páratlan számok, $c = a^2 + b^2$. Mennyi c és 4 legnagyobb közös osztója?
6. Van-e olyan a és b szám, hogy $lnko(a, b) = 3$ és $a + b = 100$?
7. Van-e olyan a és b szám, hogy $lnko(a, b) = 5$ és $a + b = 100$?
8. Létezik-e olyan háromjegyű szám, amely osztóinak száma osztható 11-gyel?
9. Melyek azok a p prímszámok, amelyekre $p + 10$ és $p + 14$ is prím?
10. Egy XX. században született emberről azt tudjuk, hogy épp nagyapja 59. születésnapján született, és kettejük születési évszámai relatív prímek. Mikor született az ember?
11. Bizonyítsuk be, hogy a $\frac{21n+4}{14n+3}$ tört semmilyen n -re nem egyszerűsíthető!
12. Bizonyítsuk be, hogy ha az $n > 1$ számnak 2005 osztója van, akkor n nem lehet egy egész szám ötödik hatványa!
13. Egy perzsa sahnak 100 felesége van, a börtönében is épp 100 rab sínylődik, 1-től 100-ig számozott cellákban. A börtöncellák zárjai „kétállásúak”: ha egyet fordítanak rajtuk, a bezárt ajtó kinyílik, a nyitott ajtó bezáródik. A sah születésnapján a 100 feleség végigvonul a börtönön és a zárossal játszanak. Az első feleség minden záron egyet fordít, a második feleség minden második ajtó zárján egyet fordít, stb., a k -adik feleség minden k -adik ajtó zárján egyet fordít, egészen a századik feleségig. Végül azok a rabok, akiknek az ajtaja nyitva van, kiszabadulnak. Milyen sorszámú cellában laknak a szerencsések?
14. **[ZH 2008. november 17.]** Igazoljuk, hogy ha m és n pozitív egészek, akkor $d(n)d(m) = d(lnko(n, m))d(lkkt(n, m))$ teljesül, ahol $d(k)$ a k pozitív osztóinak számát, $lnko(n, m)$ és $lkkt(n, m)$ pedig rendre az n és m legnagyobb közös osztóját ill. legkisebb közös többszörösét jelölik.
15. **[PZH 2008. december 5.]** Tudjuk, hogy n és m olyan pozitív egészek, amikre $lnko(n, m) = 10$ és $lkkt(n, m) = 1000$, ahol $lnko(n, m)$ és $lkkt(n, m)$ pedig rendre az n és m legnagyobb közös osztóját ill. legkisebb közös többszörösét jelölik. Határozzuk meg az nm szorzatot.