

SzA IX. gyakorlat

2008. november 5/6.

1. Van 3 algoritmusunk, amelyek n méretű input esetén rendre n^2 , n^6 és 2^n lépés alatt végeznek a feladattal. Tegyük fel, hogy egy óra alatt tudunk mindegyikkel megoldani egy n méretű feladatot a számítógépünkön. Ha veszünk egy 100-szor olyan gyors gépet, melyik algoritmussal mekkora feladatot tudunk megoldani ugyanúgy 1 óra alatt?
2. Gondolkozzunk el az NP -beliség, P -beliség és NP -teljesség fogalmakon!
3. Tegyük fel, hogy van egy algoritmusunk, ami polinomidőben megmondja, hogy adott G gráf kiszínezhető-e legfeljebb k db színnel! (Vagyis input: G és k ; output: igen/nem). Hogy tudnánk ennek segítségével polinomidőben meghatározni $\chi(G)$ -t?
4. Mi az alábbi problémák bonyolultsága, ha az input egy $G(V, E)$ gráf ($|V| = n, |E| = e$)? Természetesen bizonyítsuk is be!
 - (a) Van-e G -ben legalább k hosszú kör? (k az input része.)
 - (b) Kiszínezhető-e G pontjai 2 színnel úgy, hogy legfeljebb 2 él kivételével minden él végpontjai különböző színűek?
 - (c) Kiszínezhető-e G 4 színnel?
 - (d) Van-e G -ben egy legalább 15 pontú teljes részgráf?
 - (e) Van-e G -ben egy legalább k pontú teljes részgráf? (k az input része.)
 - (f) Van-e G -ben legalább $n/100$ hosszúságú kör?
 - (g) Teljesül-e az Ore-feltétel?
 - (h) Van-e G -ben legfeljebb S súlyú (egyszerű) út? (S az input része.)
 - (i) Van-e G -ben olyan feszítőfa, amelyben a maximális fokszám legfeljebb 2?
 - (j) Van-e G -ben olyan feszítőfa, amelyben a maximális fokszám legfeljebb 3?
5. Melyik bonyolultsági osztályba tartozik a következő nyelv?

$$L = \left\{ (s_1, s_2, \dots, s_n, b) \mid \forall i \ s_i, b \in \mathbb{Z}^+; \exists j_1, \dots, j_k \ (1 \leq k \leq n) : \sum_{l=1}^k s_{j_l} = b \right\}$$

6. Bizonyítsuk be, hogy P -beli az olyan négy színnel színezhető G gráfokból álló nyelv, melyekre igaz, hogy G csúcsai kiszínezhetők a piros, zöld, sárga, kék színekkel úgy, hogy pontosan egy csúcs legyen piros és pontosan két csúcs legyen kék!
7. A G irányítatlan gráf minden x pontjához tartozik egy $s(x)$ súly. Célunk, hogy olyan feszítőfát találjunk a gráfban, amiben a levelekhez tartozó súlyok összege minimális. Adjuk meg a feladathoz tartozó L nyelvet, majd adjunk Karp-redukciót a H -út nyelvről L -re!