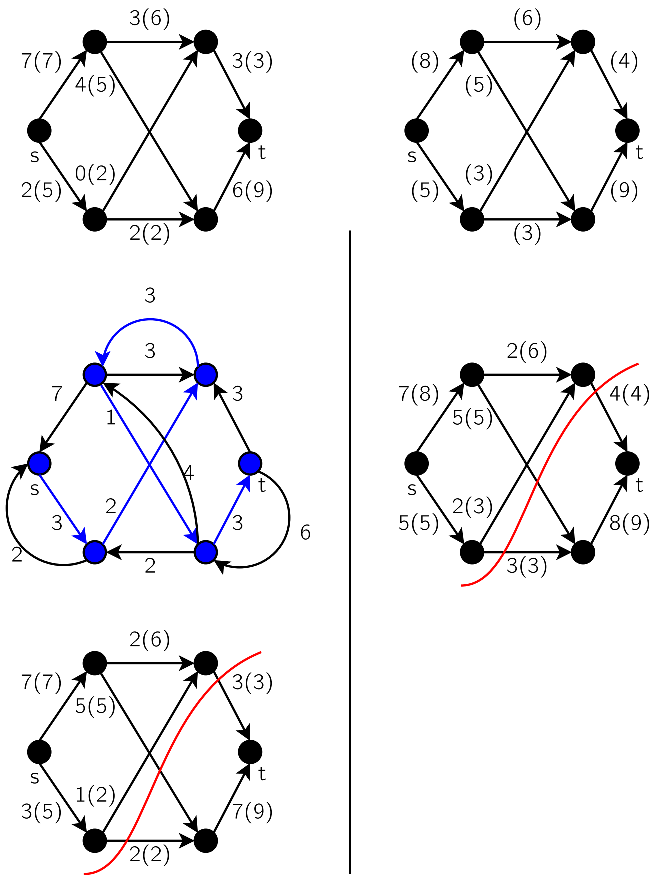
SzA VI. gyakorlat

2007. október 24.

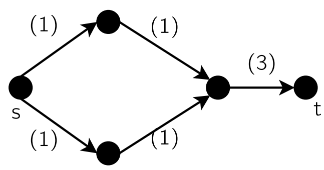
1. **Növeljük a bal oldali gráfban a megadott folyamot, ha ez lehetséges, vagy mutassuk meg, hogy ez már egy maximális folyam!**
   Az eredeti alatt a javítógráf egy javítóúttal, utána a végeredmény, egy minimális vágással együtt.



2. **Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást a fenti jobb oldali gráfban!**
   A végeredmény van felrajzolva, minimális vágással együtt, a javítóutas algoritmus végigjátszását mindenki meg tudja csinálni egyedül.

3. **Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legfeljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak nem számítanak). Adjunk meg olyan algoritmust, mellyel a kisváros térképe alapján eldönthető, hogy megtehető-e ez! Mi a helyzet, ha vannak kétirányú utcák is?**
   Feleltessünk meg egy hálózatot a kisváros térképének! Az élek az utcák megfelelő irányítással, a kezdőpont (s) a ház, a végpont (t) a polgármesteri hivatal. Legyen minden él kapacitása 1! Ekkor pontosan akkor létezik 5 éldiszjunkt út, ha létezik s és t között egy 5 értékű folyam. Ezt a javító utas algoritmussal könnyű ellenőrizni. Ha az élek nem irányítottak, akkor egy él helyett fel kell venni kettőt, egy oda-élet és egy vissza-élet.

4. **Igaz-e, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, aminek minden élén a folyam értéke páratlan szám? És ha páros?**
Az első nem igaz, ellenpélda alant. A második igaz, mert ha minden élnek páros a kapacitása, és kezdetben egy 0 értékű folyamból indulunk, akkor a javítóutas algoritmus minden lépésben páros számmal változtatja a folyamértéket.



5. **Hogyan lehet maximális folyamot keresni egy olyan hálózatban, ahol a csúcsoknak is van kapacitásuk?**
Minden csúcsot szedjünk szét két csúcsra, és közéjük vegyünk fel egy élet a csúcs kapacitásával. A bejövő éleket vezessük abba a csúcsba, amiből kiindul az új él, a kimenők pedig a másikból induljanak.

6. **Adott két hálózat $(G_1; s_1; t_1; c_1)$ és $(G_2; s_2; t_2; c_2)$, melyeknek a csúcshalmazai diszjunktak. Legyen az elsőben f_1, a másodikban f_2 a maximális folyam értéke. Mekkora lesz a maximális folyam abban a hálózatban, amelyet ezekből soros- $(t_1 = s_2, s = s_1, t = t_2)$ illetve párhuzamos $(s = s_1 = s_2, t = t_1 = t_2)$ összekapcsolással kapunk?**
Soros kapcsolás esetén G_1-ben lévő és a G_2-ben lévő minimális vágás továbbra is vágás marad az eredményül kapott G-ben, náluk kisebb vágás nem keletkezhet, így $f = \min\{f_1, f_2\}$. Párhuzamosnál nem kaphatunk kisebb vágást, mint amikor a két gráfból egyenként a mininálisat vesszük, tehát az G-ben a minimális vágás az f_1-hez és f_2-höz tartozók uniója lesz, így $f = f_1 + f_2$.

7. **A hallgatók kolbászos-rájás pizzával szeretnék ellátni gyakvezérüket. A pizzát a Terminus kollégiumból el kell juttatni az I épületbe, ám a majom-kutyák elárasztották a várost. A következő utakon sikerült őket egy esernyővel visszatartani: Váci út (30 D), Árpád- (6 Ny), Margit- (10 Ny), Erzsébet- (10 Ny), Petőfi- (10 Ny) és Lágymányosi-híd (20 Ny), Dráva utca (5 DNY), alsó rakpartok (Buda 10 D, Pest 5 D), Róbert Károly- (10 DK), Hungária- (5 D), Könyves Kálmán-körút (10 DNy), Nagykörút (10), Kerepesi (Rákóczi) út (5 Ny) és Üllői út (5 DK). A számok az egy nap alatt az adott úton elszállítható pizzamennyiséget jelölik, az égtájak pedig azt, hogy az adott útszakaszon merre lehet haladni. A Nagykörúton a Nyugatitól Ny és K irányban is el lehet indulni, a körút irányítása onnantól semelyik irányba sem vátozik. Minden egyes pizzáért a zh átlagpontszáma fél ponttal növekszik. Legfeljebb hány ponttal nőhet a következő zárthelyi átlagpontszáma, ha csak egy napon él ez a lehetőség?**
15, de nem rajzolom le, kézzel számoljátok végig!