

Konzultáció: 2015. ápr. 3. 14:15 IE216/1

1. Nyitott címzéssel hash-eltünk egy 11 elemű táblába a  $h(k) = k \pmod{11}$  hash-függvény segítségével. A következő kulcsok érkeztek (a megadott sorrendben): 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59. Adjuk meg a tábla végső állapotát a következő két próbamódszerre:

- (a) lineáris próba;
- (b) kvadratikus maradék próba!

2. **[Vizsga: 2010. január 21.]** Kettős hashelést használva szűrje be egy kezdetben üres,  $M = 11$  méretű táblába a következő kulcsokat (ebben a sorrendben): 26, 3, 48, 14, 15, 7. A használt hash függvény legyen

$$h(k) = (k \pmod{M}),$$

a próbasorozat hash függvénye pedig

$$h'(k) = 1 + (k \pmod{M - 5}).$$

Minden beszúrás után rajzolja le a tábla pillanatnyi állapotát!

3. **[Vizsga: 2011. június 9.]** Az alábbi hash-táblát az üresből kiindulva beszúrások sorozatával kaptuk. Határozzuk meg a beszúrások összes lehetséges sorrendjét, ha a hash-függvény a  $h(x) = 3x \pmod{10}$  volt és a nyitott címzésű hash-elést lineáris próbával alkalmaztuk!

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
					5	19	3	33	23

4. A  $T[0 : M - 1]$  táblában rekordokat tárolunk nyitott címzésű hashelt szervezéssel. Az ütközések feloldására lineáris próbát alkalmazunk. Tegyük fel, hogy a tábla használata során egy hibás törlés történt: egy cellából kitöröltünk egy rekordot a törlés-bit beállítása nélkül.

- (a) Igaz-e, hogy a hibás törlés helye mindig megtalálható?
- (b) Adjunk hatékony (lineáris) algoritmust a tábla megjavítására! (Módosítsuk a táblát úgy, hogy megszűnjenek a hibás törlés negatív következményei!)

5. A  $T[0 : M - 1]$  táblában  $2n$  elemet helyeztünk el az első  $3n$  helyen egy ismeretlen hash-függvény segítségével. A táblában minden  $3i$  indexű hely üresen maradt ( $0 \leq i \leq n$ ). Legfeljebb hány ütközés lehetett, ha az ütközések feloldására

- (a) lineáris próbát használtunk?
- (b) kvadratikus próbát használtunk?

6. **[ZH: 2005. április 8.]** Egy  $m$  méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon  $O(m)$  lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet.

7. Mi a baja a  $h(k) = k^2 \pmod{7}$  hash-függvénynek, ha a tábla 7 méretű?

8. Mutassuk meg, hogy nyitott címzések hashelés és lineáris próba esetén már két kulcshoz tartozó hash-függvényérték megegyezése is okozhat tetszőlegesen nagy méretű csomósodást!
9. **[ZH: 2010. április 19.]** Egy  $M$  méretű hash-táblába  $n < M$  elemet raktunk be nyitott címzéssel, kvadratikus próbával, a  $h(x)$  hash-függvényt használva. Ennek során  $t_1$  ütközés történt (ennyiszor kellett tovább próbálkoznunk, egy elem beszúrása során több ütközés is lehetett). Ugyanezt az  $n$  elemet ugyanabban a sorrendben beszúrtuk egy  $M^2$  méretű hash-táblába is, de most lineáris próbával,  $M \cdot h(x) + 1$  hash-függvénnyel, ekkor  $t_2$  ütközés történt. Igazolja, hogy  $t_2 \leq t_1$ .
10. **[Vizsga: 2008. június 3.]** Az 1 és 91 közötti összes 3-mal osztható egész számot valamilyen sorrendben egy  $M$  méretű hash-táblába raktuk a  $h(x) = x \pmod{M}$  hash-függvény segítségével, lineáris próbával. Ennek során hány ütközés fordulhatott elő, ha  $M = 35$ , illetve ha  $M = 36$ ?
11. **[Vizsga: 2005. május 26.]** A kezdetben üres  $M$  méretű hash-táblába sorban beraktuk a  $k_1, k_2, \dots, k_n$  kulcsokat a  $h(x) \equiv x \pmod{M}$  hash-függvénnyel, lineáris próbával. Jelölje  $t_1$  a keletkezett táblában az egymás melletti foglalt mezők maximális számát. Amikor ugyanezt a  $k_1, k_2, \dots, k_n$  sorozatot ugyanabban a sorrendben egy üres  $2M$  méretű táblába rakjuk be a  $h(x) \equiv x \pmod{2M}$  hash-függvénnyel, lineáris próbával, akkor a kapott táblában legyen  $t_2$  az egymás melletti foglalt mezők maximális száma.
- (a) Igazolja, hogy  $t_2 \leq t_1$
- (b) Igaz-e, hogy  $t_1 \leq 2t_2$ ?