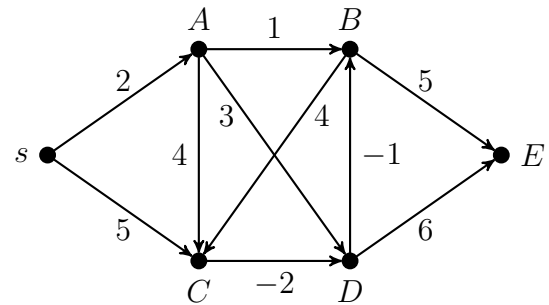
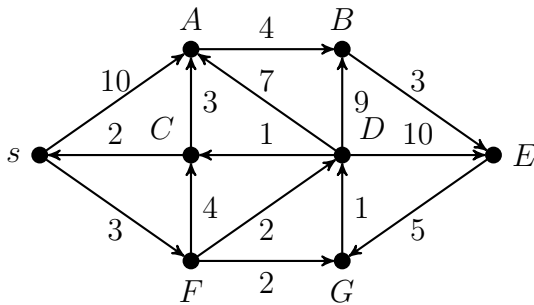
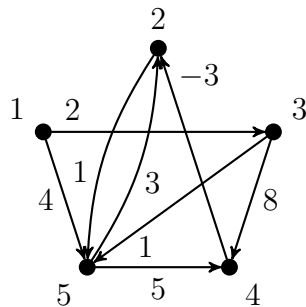


1. Határozzuk meg a baloldali gráfban Dijkstra-algortmussal a legrövidebb  $s$ -ből induló utakat a többi csúcsba, nyomon követve az algoritmust!



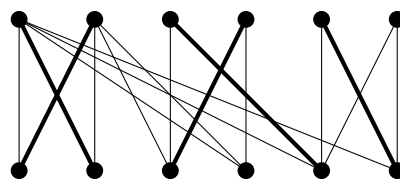
2. Határozzuk meg a fenti jobb oldali gráfban Bellmann-Ford algoritmussal a legrövidebb  $s$ -ből induló utakat a többi csúcsba, nyomon követve az algoritmust!
3. [Vizsga: 2009. június 4.] Az alábbi gráfon a Floyd-algortmust futtatjuk. Az algoritmus során (a 4. javítási menet végén) az  $F_4$  tartalmazza az ismert úthosszakat.



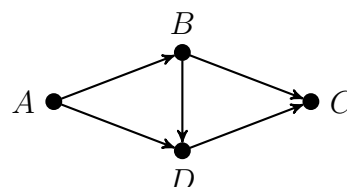
$$F_4 = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 2 & 10 & 3 \\ \infty & 0 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 5 & 0 & 8 & 1 \\ \infty & -3 & \infty & 0 & -2 \\ \infty & 2 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Hogyan változik a táblázat amikor minden csúcsparra újra elvégezzük a frissítést?

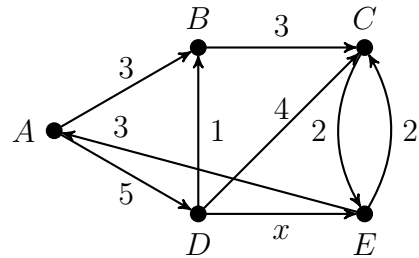
4. Egészítsük ki maximális párosítássá a megadott párosítást a javítóutas módszerrel az alábbi páros gráfban!



5. Hogy néz ki egy irányítatlan teljes gráf szélességi bejárása?
6. Éllistával adott a súlyozott élű  $G(V, E)$  gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1, 2, 3 számok közül valók. Javasoljunk  $O(n + e)$  költségű algoritmust az  $s \in V$  pontból az összes további  $v \in V$  pontokba vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására!
7. Legfeljebb hány komponensből állhat egy irányított gráf szélességi bejárása során keletkező erdő?
8. Határozzuk meg a jobb oldali gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!



9. [ZH: 2009. április 24.] Dijkstra-algoritmussal határozza meg az alábbi gráfban az  $A$  pontból az összes többi pontba menő legrövidebb utak hosszát az  $x$  pozitív valós paraméter függvényében. Minden lépésnél írja fel a távolságokat tartalmazó  $D$  tömb állapotát és a KÉSZ halmaz elemeit.



10. Adjuk meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amely(ek)re az alábbi táblázat a Dijkstra algoritmusban szereplő  $D[]$  tömb változásait mutathatja. Adjuk meg a legrövidebb utakat tartalmazó  $P[]$  tömb állapotait is!

$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
0	2	6	$\infty$	$\infty$	7
0	2	5	9	$\infty$	6
0	2	5	6	9	6
0	2	5	6	8	6
0	2	5	6	7	6

11. [ZH: 2009. április 24.] Egy kezdő autóvezető a városban való közlekedése során szeretne gyakorlatának megfelelő útvonalat választani. Az úthálózat egy irányítatlan gráfként van megadva, a csúcsok a kereszteződések, az élek az utak, a csúcsoknál adott, hogy nehéz-e számára a kereszteződés. (Az hogy nehéz, a kereszteződés tulajdonsága, nem azon múlik, merről érkezik oda és és merre akar rajta áthaladni.) Írjon le egy algoritmust, amivel meg lehet határozni, hogy az autós az egyik adott csúcsnál levő otthonából mely csúcsokba tud autóval úgy eljutni, hogy útja során két nehéz csúcs soha nem jön közvetlenül egymás után. Az algoritmus lépésszáma éllistas megadás esetén legyen  $O(n + e)$ , ahol  $n$  a csúcsok és  $e$  az élek száma.
12. Egy  $G$  gráfban pontosan egy él súlya negatív, és nincs a gráfban negatív összsúlyú irányított kör. Adjunk  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust az  $s \in V(G)$  pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására!
13. [ZH: 2007. április 27.] Kutyasétáltatáskor egy parkban egy gazda rögzített, egyenes szakaszokból álló útvonalon halad, aminek töréspontjai  $t_1, \dots, t_n$ , a bejáratot jelölje  $t_0$ , a kijáratot  $t_{n+1}$ . A kutya szabadon szaladgál, de a  $t_i$  pontokban találkozik a gazdájával. A  $t_i$  és  $t_{i+1}$  pontokban való találkozás között a kutya szeretne egy fát is meglátogatni (minden  $i = 0, 1, \dots, n$  esetén legfeljebb egyet-egyet). Legyenek adottak az  $s(t_i, t_{i+1})$  távolságok ( $0 \leq i \leq n$ ), valamint minden fának az összes  $t_i$  ponttól vett távolsága. Tegyük fel, hogy két találkozás között a kutya legfeljebb kétszer akkora távolságot tud megtenni, mint a gazda. Adjon algoritmust, ami segít a kutyának eldönteni, hogy mikor melyik fát látogassa meg ha a kutya célja, hogy minél több fánál járjon. Az algoritmus lépésszáma legyen  $O(n^2 f + n f^2)$ , ahol  $f$  a parkban levő fák számát jelöli.
14. Legyen  $G = (V, E)$  mátrixszal adott  $n$  pontú, súlyozott élű irányított gráf! Tegyük fel, hogy  $G$  nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a  $G$ -beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk  $O(n^2)$  költségű módszert az  $1 \in V$  pontból az összes további  $v \in V$  pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására!
15. Adott éllistával egy  $n$  pontú,  $e$  élű  $G$  összefüggő irányítatlan gráf. Adjunk  $O(e)$  költségű algoritmust olyan  $X \subset V(G)$  központi ponthalmoz keresésére, melyre  $|X| \leq n/2$  teljesül! Az  $X \subseteq V(G)$  egy központi ponthalmoz, ha  $G$  minden pontja vagy  $X$ -beli, vagy egyetlen éllel elérhető valamelyik  $X$ -beli pontból.