Algel VIII. gyakorlat

Trükkösebb fák

2009. március 31./április 2.

3. (a) **Lehet-e tetszőleges (adott) kulcshalmaz esetén olyan piros-fekete fát építeni, hogy az azonos szinten lévő elemek azonos színűek legyenek?**
   Két csúcs esetén pl. nem lehet, hiszen a gyereknek muszáj pirosnak lennie, míg a testvére (aki levél), fekete.

   (b) **Van-e olyan piros-fekete fa, ami nem így néz ki?**
   Mi az hogy, nagyon is!

7. **Az $[1, 178]$ intervallum összes egészei egy 2-3 fában helyezkednek el. Tudjuk, hogy a gyökérben két kulcs van, és ezek közül az első 17. Mi lehet a második? Miért?**
   Ekkor a bal részfában legfeljebb 16 elemet tárolhatunk, tehát legfeljebb 5 szintje lehet. Mivel minden levél egy szinten helyezkedik el, ezért a középső és jobb oldali részfa is legfeljebb 5 szintű lehet. Ebben az esetben itt ~~87~~ 81 és ~~87~~ 81 elemet tárolhatunk legfeljebb. Ezeket összeadva kiderül, hogy ennyit muszáj is, hiszen csak így lehet 178 elemet tárolni. Ekkor viszont a második kulcs a gyökérben $16 + \cancel{87}\ 81 + 1 = 98$ lesz.

8. **Az S_1 és S_2 kulcshalmazokat kiegészített 2-3 fákban tároljuk. Ezek az eredeti 2-3 fától annyiban különböznek csak, hogy minden csúcsban nyilván van tartva az onnan induló részfa magassága. Tudjuk továbbá, hogy az S_1-beli kulcsok mind kisebbek, mint az S_2-beliek. Javasoljunk hatékony algoritmust a két fa egyesítésére!**
   Legyenek a magasságok m_1 és m_2! Az általánosság megsértése nélkül legyen $m_1 \leq m_2$. Ekkor (mivel minden kulcs az egyikben kisebb, mint a másikban) a levelek nem fognak átlapolódni. Ezért egyszerűen az $m_2 - m_1$-edik szinten beszúrjuk a szokásos algoritmussal a kisebbik fa gyökerét, ami $O(m_2 - m_1)$ lépésben menni is fog. Azért könnyű eldönteni, hogy melyik a kisebb, mert a magasságokat ki tudjuk olvasni a gyökérben. E feltétel nélkül meg kéne határozni a magasságokat is.

9. **[ZH: 2007. április 27.] Egy piros-fekete fában lehetséges-e, hogy a piros-fekete tulajdonság megsértése nélkül**

   (a) **néhány fekete csúcsot átváltoztathatunk pirosra?**
   Van olyan fa, amiben ez igaz (pl. teljes fekete fa), de van olyan is, ahol nem (pl. 2 értéket tároló fa).

   (b) **valamelyik (csak egy) fekete csúcsot átváltoztathatjuk pirosra?**
   Biztos, hogy nem, hiszen a gyökeret nem pirosíthatjuk be, más helyen viszont ez aszimmetrikusan megváltoztatná a fekete magasságot.

   (Mást nem változtatunk a fán.)

10. **[Vizsga: 2007. június 5.] Adott egy n csúcsú és egy k csúcsú piros-fekete fa. A két fában tárolt összes elemből $O(n + k)$ lépésben készítsen rendezett tömböt.**
    Inorder kiolvasás, ez növekvő, aztán összefésülés: $O(n + k + (n + k)) = O(n + k)$.