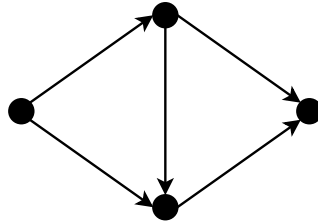


# Algel IV. gyakorlat

## Még mindig legrövidebb utak

2009. március 3/5.

1. Határozzuk meg a következő gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!



2. Legfeljebb hány komponensből állhat egy irányított gráf szélességi bejárása során keletkező erdő?
3. Éllistával adott a súlyozott élű  $G(V, E)$  gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1, 2, 3 számok közül valók. Javasoljunk  $O(n + e)$  költségű algoritmust az  $s \in V$  pontból az összes további  $v \in V$  pontokba vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására!
4. Egy irányított gráf csúcshalmaza  $\{a, b, c, d, e, f\}$ , az élek és súlyaik pedig a következők:  $s(a, b) = 5, s(a, e) = 6, s(b, c) = 4, s(b, d) = 6, s(c, a) = 3, s(c, d) = 1, s(d, e) = 2, s(e, c) = 2, s(e, f) = 1, s(f, b) = 3, s(f, c) = 1, s(f, d) = 1$ .
  - (a) Dijkstra módszerével határozzuk meg  $a$ -ból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát!
  - (b) Egy él súlyát 1-gyel csökkentjük. Mely élek esetén tehetjük meg ezt úgy, hogy ne változzanak meg az  $a$ -tól mért távolságok?
5. Egy  $G$  gráfban pontosan egy él súlya negatív, és nincs a gráfban negatív összsúlyú irányított kör. Adjunk  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust az  $s \in V(G)$  pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására!
6. [ZH: 2007. április 27.] Kutyasétáltatáskor egy parkban egy gazda rögzített, egyenes szakaszból álló útvonalon halad, aminek töréspontjai  $t_1, \dots, t_n$ , a bejáratot jelölje  $t_0$ , a kijáratot  $t_{n+1}$ . A kutyája szabadon szaladgál, de a  $t_i$  pontokban találkozik a gazdájával. A  $t_i$  és  $t_{i+1}$  pontokban való találkozás között a kutya szeretne egy fát is meglátogatni (minden  $i = 0, 1, \dots, n$  esetén legfeljebb egyet-egyét). Legyenek adottak az  $s(t_i, t_{i+1})$  távolságok ( $0 \leq i \leq n$ ), valamint minden fának az összes  $t_i$  ponttól vett távolsága. Tegyük fel, hogy két találkozás között a kutya legfeljebb kétszer akkora távolságot tud megtenni, mint a gazda. Adjon algoritmust, ami segít a kutyának eldönteni, hogy mikor melyik fát látogassa meg ha a kutya célja, hogy minél több fánál járjon. Az algoritmus lépésszáma legyen  $O(n^2 f + n f^2)$ , ahol  $f$  a parkban levő fák számát jelöli.