Algel III. gyakorlat

Bejárás széltében és utak, amik legrövidebbek

2009. február 24/26.

1. **Egy gyárban egy gép különböző termékeket gyárt. Az i-edik termék után elképzelhető, hogy a gépet át kell szerszámozni a j-edik termékhez, ami valamennyi időt igényel (S_{ij}, átállási idő). Feltehetjük, hogy az átállási idők szimmetrikusak, azaz $S_{ij} = S_{ji}$, valamint egy $n \times n$-es mátrixban adottak. A bizonyos időtartamnál hosszabb átállások nagy költséget jelentenek a cégnek, így szeretnénk az n termék gyártását úgy ütemezni, hogy a lehető legkevesebb hosszú átállásra legyen szükség. Adjunk meg egy ilyen ütemtervet az input méretében lineáris időben!**
   Ez bonyolultan hangzik, de nagyon egyszerű. Egy lehetséges megoldás: az átállási idők gráfjából kihagyjuk a hosszú átállásoknak megfelelő éleket. Így a keletkező összefüggő komponensekben nagy átállás nélkül bárhogy sorrendezhetünk, a komponensek között pedig muszáj hosszú átállásnak lennie (különben nem lennének külön komponensek). Mivel az átállásokat leíró táblázat n^2 méretű, az ebből készített gráf n csúcsú és $O(n^2)$ élű, a komponenskeresés bejárással $O(n^2)$, azaz az input méretében lineáris lesz.

6. **Legyen $G = (V, E)$ mátrixszal adott n pontú, súlyozott élű irányított gráf! Tegyük fel, hogy G nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a G-beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk $O(n^2)$ költségű módszert az $1 \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására!**
   A Bellmann-Ford algoritmus során a táblázat i-edik sorában a kezdőpontból a legfeljebb i élszámú legrövidebb utak hosszai szerepelnek (ezt nem kell külön bizonyítani!). Mivel tudjuk, hogy G-ben minden út legfeljebb 25 élből áll, a táblázatot elég a 25. sorig kitölteni. A lépésszám így $O(25n^2) = O(n^2)$ lesz.