

Algel XI. gyakorlat

DAG! PERT! ZH!

2009. április 21/23.

2. Adjunk algoritmust, mely egy éllistával megadott irányítatlan gráfban vagy talál egy kört, vagy igazolja a gráf körmentességét $O(|V|)$ időben (függetlenül attól, hogy $|E|$ akár sokkal nagyobb is lehet, mint $|V|$)!

Egy körmentes gráfban (fa vagy erdő) legfeljebb $n-1$ él lehet. Ezért legfeljebb n él megvizsgálása után el lehet dönteni egy gráf körmentességét. Mélységi bejárással a visszaélekre figyelve megy is a dolog.

3. [ZH: 2005. április 8.] Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb toronyt szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak egy olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mind-egyikük magassága és súlya. Adjon algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.

Az emberek legyenek egy gráf csúcsai, és i emberből j emberbe akkor fusson él, ha j ráállhat i -re! Így tetszőleges irányított út egy megfelelő torony lesz. Ha nincsenek minden paraméterükben egyenlő emberek, akkor a gráf körmentes, hiszen egy kör azt jelentené, hogy valaki saját magánál nehezebb, ami egész valószínűtlen. Így DAG-ban kell leghosszabb (itt: legnagyobb élszámú) utat keresni, ami (mivel legfeljebb $O(n^2)$ él van) $O(n^2)$. Ha vannak egyenlő emberek, akkor azokat egy csúcsba összehúzzhatjuk (ezek megtalálása rendezéssel megoldható), és a belőlük kimenő élekre a darabszámukat írhatjuk súlyként.

4. [Vizsga: 2003. május 30.] Éllistával adott egy G gráf, melynek n csúcsa és e éle van. A gráf minden csúcsához hozzá van rendelve egy 1 és k közötti egész szám (címke). Találjunk (ha létezik) olyan *tarka* utat a gráfban, amelyben minden $1 \leq i \leq k$ címke pontosan egyszer fordul elő. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(k!(e+n))$.

Az összes lehetséges $(k!)$ sorrendhez csinálunk egy bejárást úgy, hogy minden lépésben csak az adott permutáció szerint megengedett színű éleket vesszük figyelembe. Ez a bejárás esetleges újraindulásai miatt jó lesz (itt lehetne kicsit többet indokolni). A lépésszám így $O(k!(e+n))$.