

Algel VIII. gyakorlat

2008. április 2.

1. Nyitott címzéssel hash-eltünk egy 11 elemű táblába a $h(k) = k \bmod 11$ hash-függvény segítségével. A következő kulcsok érkeztek (a megadott sorrendben): 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59. Adjuk meg a tábla végső állapotát a következő két próbamódszerre:
 - (a) lineáris próba;
 - (b) kvadratikus maradék próba!
2. Mutassuk meg, hogy nyitott címzéses hashelés és lineáris próba esetén már két kulcshoz tartozó hash-függvényérték megegyezése is okozhat tetszőlegesen nagy méretű csomósodást!
3. Mi a baja a $h(k) = k^2 \bmod 7$ hash-függvénynek, ha a tábla 7 méretű?
4. A $T[0 : M-1]$ táblában rekordokat tárolunk nyitott címzésű hashelt szervezéssel. Az ütközések feloldására lineáris próbát alkalmazunk. Tegyük fel, hogy a tábla használata során egy hibás törlés történt: egy cellából kitöröltünk egy rekordot a törlés-bit beállítása nélkül.
 - (a) Igaz-e, hogy a hibás törlés helye mindig megtalálható?
 - (b) Adjunk hatékony (lineáris) algoritmust a tábla megjavítására! (Módosítsuk a táblát úgy, hogy megszűnjenek a hibás törlés negatív következményei!)
5. A $T[0 : M-1]$ táblában $2n$ elemet helyeztünk el az első $3n$ helyen egy ismeretlen hash-függvény segítségével. A táblában minden $3i$ indexű hely üresen maradt ($0 \leq i \leq n$). Legfeljebb hány ütközés lehetett, ha az ütközések feloldására
 - (a) lineáris próbát használtunk?
 - (b) kvadratikus próbát használtunk?
6. A kezdetben üres M méretű hash-táblába sorban beraktuk a k_1, k_2, \dots, k_n kulcsokat a $h(x) = x \bmod M$ hash-függvénnyel, lineáris próbával. Jelölje t_1 a keletkezett táblában az egymás melletti foglalt mezők maximális számát (ciklikusan értve). Amikor ugyanezt a sorozatot ugyanebben a sorrendben egy üres $2M$ méretű táblába szűrjük be a $h(x) = x \bmod 2M$ hash-függvénnyel, lineáris próbával, akkor a kapott táblában legyen t_2 az egymás melletti foglalt mezők maximális száma.
 - (a) Igazoljuk, hogy $t_2 \leq t_1$!
 - (b) Igaz-e, hogy $t_1 \leq 2t_2$?
7. Nyitott címzéssel, lineáris próbálással akarjuk a $K_1 < K_2 < \dots < K_n$ kulcsú elemeket egy tömbbe hash-elni a beszűrési algoritmus következő módosításával: ha egy K kulcsú elem beszűrésének megkísérlésekor a K -nál nagyobb K' kulcsú elem foglalja el a cellát, akkor a K kulcsú elemünket behelyezzük ebbe a cellába, és a beillesztést K helyett a K' kulcsú elemmel folytatjuk a következő cellánál (és ha ott a K' -nél nagyobb K'' kulcsú elemet találjuk, akkor az előbbihez hasonlóan járunk el). Bizonyítsuk be, hogy az n elem beillesztése után kapott tömb független az elemek beszűrési sorrendjétől!