Algel V. gyakorlat

2008. március 12.

1. Rendezzük a következő láncokat a radix rendezés segítségével: $abc, acb, bca, bbc, acc, bac, baa$!

2. Egy n elemű sorozat csupa 0-ból és 1-esből áll. Rendezzük a sorozatot $n-1$ összehasonlítással!

3. Adott egy dobozban n különböző méretű anyacsavar, valamint egy másik dobozban a hozzájuk illő apacsavarok. Kizárólag a következő összehasonlítási lehetőségünk van: egy apacsavarhoz hozzápróbálunk egy anyacsavart. A próbának háromféle kimenete lehet: apa<anya, apa=anya, apa>anya, annak megfelelően, hogy az apacsavar külső átmérője hogyan viszonyul az anyacsavar belső átmérőjéhez. Szeretnénk minden anyacsavarhoz megtalálni a megfelelő apacsavart. Adjunk erre a feladatra *átlagosan* $O(n \log n)$ összehasonlítást felhasználó módszert!

4. Tegyük fel, hogy adott a $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ abc feletti szavaknak egy S halmaza. Tudjuk, hogy a szavak összhossza n. Javasoljunk egy $O(n)$ idejű módszert az S elemeinek (lexikografikus) sorbarendezésére!

5. Vázoljunk egy $O(n)$ időigényű algoritmust (az időkorlát bizonyításával együtt) n olyan egész számból álló sorozat rendezésére, melynek elemei az
   (a) $\{1, \ldots 3n\}$ tartományba esnek!
   (b) $\{1, \ldots n^7 - 1\}$ tartományba esnek!

6. A 4 elemű I abc felett adott két szó: $x = x_1x_2 \ldots x_n$ és $y = y_1y_2 \ldots y_k$, ahol $1 \leq k \leq n$ és $\forall i, j : x_i, y_j \in I$. Keressük az x szóban az olyan részszavakat, amelyek anagrammái y-nak, azaz az olyan i indexeket, hogy az $x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+k-1}$ betűk megfelelő sorrendbe rakva az y szót adják. Adjunk algoritmust, ami x-ben az összes ilyen i helyet $O(n)$ lépésben meghatározza!

7. Építsünk a naiv algoritmussal keresőfát a következő elemekből (a rendezés ABC szerint történik): D, B, E, A, C, F, majd töröljük a következő elemeket: F, D!

8. Egy bináris keresőfa csúcsait egy, a gyökértől egy levélig menő út szerint három osztályba soroljuk: B az úttól balra levő, U az útra eső, J pedig az úttól jobbra levő csúcsok halmazát jelöli. Igaz-e mindig, hogy minden B-beli csúcs kulcsa kisebb tetszőleges U-beli csőcs kulcsánál, és minden U-belis csúcs kulcsa kisebb tetszőleges J-beli csúcs kulcsánál?

9. Adott egy $n = 2^{k-1}$ pontú teljes bináris keresőfa. A fában tárolt elemek egészek az $I = [1, 2^k]$ intervallumból, és egy szám legfeljebb egyszer fordul elő a fában. Utóbbi feltétel szerint pontosan egy olyan i egész szám van 1 és 2^k között, amely nincs a fában. Adjunk egy hatékony módszert i meghatározására!

10. Adott n pont a síkon, melyek páronként mindkét koordinátájukban különböznek. Bizonyítsuk be, hogy pontosan egy bináris fa létezik, melynek csúcsai az adott n pont, és az első koordináta szerint a keresőfa tulajdonsággal, a második szerint a kupac tulajdonsággal rendelkezik! (A kupac tulajdonságba most nem értjük bele, hogy a fa teljes bináris fa legyen.)