Algel IV. gyakorlat

2008. március 5.

1. Legalább hány összehasonlítás kell ahhoz, hogy egy n elemű tömbből egy olyan tagot találjunk meg, ami a tömb 10 legkisebb eleme közé tartozik?

2. Rendezzük a következő listát buborék-, beszúrásos- és összefésüléses rendezéssel! 4,11,9,10,5,6,8,1,2,16

3. A (növekvően) rendezett $A[1 : n]$ tömb k elemét valaki megváltoztatta. A változtatások helyeit nem ismerjük. Javasoljunk $O(n+k \log k)$ költségű algoritmust az így módosított tömb rendezésére!

4. Az $A[1 : n]$ tömbben egy rendezett univerzum n különböző eleme volt, nagyság szerint növekvő sorrendben. Valaki időközben megkeverte a tömb elemeit, de csak annyira, hogy minden egyes elem új helye az eredetitől legfeljebb 5 távolságra esik. Adjunk $O(n)$ futásidejű algoritmust az eredeti állapot helyreállítására!

5. A $[6, 4, 8, 3, 7, 2, 5, 1]$ tömb rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre: $[4, 6, 3, 8, 7, 2, 5, 1]$. Az előadáson tanult módszerek közül melyeket használhattuk?

6. Adott két n hosszú rendezett lista, $a_1, \ldots, a_n$ és $b_1, \ldots, b_n$. Adjunk konstans szorzó erejéig optimális számú összehasonlítást használó algoritmust a 2n elem közül az n-edik legkisebb meghatározására!

7. Igazoljuk, hogy egy n elemből álló kupac felépítése $\Omega(n)$ összehasonlítást igényel!

8. Adjunk hatékony algoritmust egy kupac tizedik legkisebb elemének meghatározására!

9. Adott egy n elemet tartalmazó kupac és egy k kulcs. Keressük meg a kupac k-nál kisebb elemeit! Ha m ilyen elem van, akkor az algoritmus $O(m)$ elemi lépést használhat.

10. Adjunk konstans szorzó erejéig optimális uniform költésgű algoritmust az alábbi problémára!
    INPUT: Egy $A[1 : n]$ tömb, amely eredetileg az $1, \ldots, n$ számokat tartalmazta kupacba rendezve, de öt elem megsérült, és a helyére $*$ került.
    FELADAT: Találjuk meg a tömb összes olyan kitöltését, ami lehetett az eredeti!

11. Adottak a sík egész koordinátájú $P_1 = (x_1, y_1), \ldots, P_n = (x_n, y_n)$ koordinátájú pontjai. Javasoljunk $O(n)$ uniform költségű módszert olyan $P_i \neq P_j$ pontok kiválasztására, amelyeken átmenő egyenes által meghatározott félsíkok közül az egyik tartalmazza az összes pontot!

12. Igaz-e, hogy alkalmas c állandóra minden (n, k) párra az n és a k elemű rendezett halmazok összefésüléséhez kell legalább $c(n + k)$ összehasonlítás?

13. **[ZH: 2007. április 27.]** A valós számokból álló $a_1^2 \ldots a_n^2$ sorozat egy darabig nő, utána csökken. Adjon $O(n)$ összehasonlítást használó algoritmust, ami rendezi az $a_1, \ldots a_n$ sorozat!

14. **[Vizsga: 2007. június 19.]** Adott a síkon n pont, melyek koordinátái $(a_1, b_1) \dots (a_n, b_n)$. Olyan $P = (x, y)$ pontot keresünk a síkon, amire az alábbi összeg minimális.
$$\sum_{i=1}^{n} (|a_i - x| + |b_i - y|)$$
Adjon algoritmust, ami $O(n \log n)$ lépésben meghatároz egy ilyen P pontot.

15. **[Vizsga: 2004. június 10.]** Az n méretű (nem feltétlenül rendezett) A tömb elemei különböző pozitív egész számok. Adjon algoritmust, amely meghatároz egy $1 \leq k \leq n$ számot és kiválaszt k különböző elemet az A tömbből úgy, hogy a kiválasztott elemek összege nem több, mint k^3. Ha nincs ilyen k, akkor az algoritmus jelezze ezt a tényt! Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n \log n)$! (Két szám összehasonlítása, összadása vagy szorzása egy lépésnek számít.)

16. **[ZH: 2004. április 8.]** Az $A[1 : n]$ tömbben levő elemekről tudjuk, hogy $A[1] \neq A[n]$. Adjon $O(\log n)$ összehasonlítást használó algoritmust, amely talál egy olyan i indexet, hogy $A[i] \neq A[i + 1]$!