

# Algel XIII. gyakorlat

2008. május 7.

1. Mi az alábbi problémák bonyolultsága, ha az input egy  $G(V, E)$  gráf ( $|V| = n, |E| = e$ )? Természetesen bizonyítsuk is be!
  - (a) Kiszínezhetőek-e  $G$  pontjai 2 színnel úgy, hogy legfeljebb 2 él kivételével minden él végpontjai különböző színűek?
  - (b) Van-e  $G$ -ben egy legalább 15 pontú teljes részgráf?
  - (c) Van-e  $G$ -ben egy legalább  $k$  pontú teljes részgráf? ( $k$  az input része.)
  - (d) Van-e  $G$ -ben legalább  $n/100$  hosszúságú kör?
  - (e) Van-e  $G$ -ben legfeljebb  $S$  súlyú (egyszerű) út? ( $S$  az input része.)
  - (f) Van-e  $G$ -ben olyan feszítőfa, amelyben a maximális fokszám legfeljebb 2?
  - (g) Van-e  $G$ -ben olyan feszítőfa, amelyben a maximális fokszám legfeljebb 3?
2. **[Vizsga: 2007. május 29.]** A  $G$  irányítatlan gráf minden  $x$  pontjához tartozik egy  $s(x)$  súly. Célunk, hogy olyan feszítőfát találjunk a gráfban, amiben a levelekhez tartozó súlyok összege minimális. Fogalmazza meg a feladathoz tartozó nyelvet és vagy lássa be róla, hogy P-ben van vagy azt, hogy NP-teljes.
3. **[Vizsga: 2007. június 12.]** Igazolja, hogy ha a 3SZÍN nyelv benne van coNP-ben, akkor NP=coNP.
4. **[Vizsga: 2007. június 12.]** Tudjuk, hogy a síkgráfokból álló nyelv P-ben van. Legyen a SÍK-MAXKLIKK nyelv a következő:

$$\{(G, k) \mid G \text{ egy síkgráf, amiben van } k \text{ pontú klikk}\}$$

Mutassa meg, hogy ez a nyelv NP-teljes, vagy mutassa meg, hogy a nyelv P-ben van.