

Algel XII. gyakorlat

2008. április 30.

- Lássuk be, hogy az alábbi problémák NP-beliek! Melyekről tudjuk megmondani, hogy coNP-ben vannak? Melyekről, hogy P-ben?
 - $L_1 = \{(G, k) \mid G \text{ gráf kiszínezhető } k \text{ színnel}\}$
 - $L_2 = \{(G, k) \mid G \text{ páros gráfban van } k \text{ élből álló párosítás}\}$
 - $L_3 = \{G \mid G \text{ irányítatlan gráfban van Euler-kör}\}$
 - $L_4 = \{(G, k) \mid G \text{ irányítatlan gráfban van } k \text{ független pont}\}$
 - $L_5 = \left\{ (s_1, s_2, \dots, s_n, b) \mid \forall i \ s_i, b \in \mathbb{Z}^+; \exists j_1, \dots, j_k \ (1 \leq k \leq n) : \sum_{l=1}^k s_{j_l} = b \right\}$
- Vezessük vissza a Hamilton-kör létezésére vonatkozó problémát az adott két pont között Hamilton-út létezésére vonatkozó problémára (irányítatlan gráfok körében)!
- Tegyük fel, hogy van egy olyan P eljárásunk, ami egy input G gráfra és k számra 1 lépés alatt megmondja, hogy van-e G -ben legalább k méretű független ponthalmaz. Tervezzünk olyan algoritmust, ami polinomidőben
 - meghatározza $\alpha(G)$ -t!
 - talál egy $\alpha(G)$ méretű független ponthalmazt!
- Tegyük fel, hogy van egy algoritmusunk, ami polinomidőben megmondja, hogy adott G gráf kiszínezhető-e legfeljebb k db színnel! (Vagyis input: G és k ; output: igen/nem). Hogy tudnánk ennek segítségével polinomidőben meghatározni $\chi(G)$ -t? Hogyan tudnánk polinomidőben ténylegesen kiszínezni ennyi színnel a gráfot?
- Bizonyítsuk be, hogy P-beli az olyan négy színnel színezhető G gráfokból álló nyelv, melyekre igaz, hogy G csúcsai kiszínezhetők a piros, zöld, sárga, kék színekkel úgy, hogy pontosan egy csúcs legyen piros és pontosan két csúcs legyen kék!
- Adjunk Karp-redukciót a 3-SZÍN nyelvről a 4-SZÍN nyelvre!
- A G irányítatlan gráf minden x pontjához tartozik egy $s(x)$ súly. Célunk, hogy olyan feszítőfát találjunk a gráfban, amiben a levelekhez tartozó súlyok összege minimális. Adjuk meg a feladathoz tartozó L nyelvet, majd adjunk Karp-redukciót a H-út nyelvről L-re!
- Bizonyítsuk be, hogy a következő nyelvek NP-beliek! Melyikről, hogy coNP-beli? Melyikről tudjuk belátni, hogy P-beli?
 - $L_1 = \{G \mid G \text{ irányítatlan gráf, van benne legalább 100 élből álló kör}\}$
 - $L_2 = \{(G, k) \mid G \text{ irányítatlan gráf, van benne legalább } k \text{ élből álló kör}\}$