Algel XI. gyakorlat

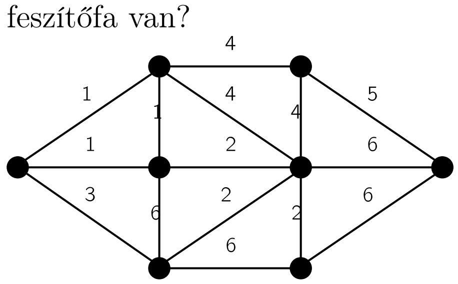
2008. április 23.

1. **[ZH: 2007. április 27.]** Tekintsük az olyan G irányított gráfokat, amelyekben ha eltekintünk az élek irányításától, akkor a kapott irányítatlan G' gráf összefüggő. A G gráf egy mélységi bejárásánál maximálisan hány olyan csúcs lehet, amelyre a mélységi és a befejezési szám megegyezik?

2. Egy 20 szobás iroda számítógépeit hálózatba szeretnénk kötni. Az iroda szobái egy 2 méter széles folyosó két oldalán helyezkednek el, mindegyik szoba 3 méter széles (a folyosóval párhuzamos szélességről van szó). A folyosó egy lépcsőházból nyílik. Mindegyik szobában egy számítógép van, éspedig a folyosó felőli falnak a lépcsőház felőli sarkában. Oldjuk meg a lehető legrövidebb összhosszú kábellel, hogy bármely számítógépről bármely másik (esetleg közvetve) elérhető legyen a hálózaton! (Bármely két számítógép között vezethetünk egyenes vonalú vezetéket a padlóban. Nem szükséges, hogy egy összeköttetés a falakkal párhuzamos legyen.)

3. Hány éle van az n pontú egyszerű összefüggő gráfnak, ha pontosan 3 különböző feszítőfája van?

4. Mennyi az alábbi gráfban a minimális feszítőfa súlya? Hány különböző minimális feszítőfa van?



5. Egy teljes gráf ponthalmaza $x_1, x_2, \ldots, x_k, y_1, y_2, \ldots, y_l$. Az (x_i, x_j) élek költsége (súlya) 1, az (y_i, y_j) éleké 2, az (x_i, y_j) éleké 3. Mennyibe kerül a legolcsóbb feszítőfa?

6. Legyen adva egy (egyszerű, irányítatlan, összefüggő) n csúcsú G gráf éllistával, az élek súlyozásával együtt. Tegyük fel, hogy a G-ből a v_1 csúcs, valamint a v_1-re illeszkedő élek elhagyásával keletkező G' gráf még mindig összefüggő, és adott a G' egy minimális költségű feszítőfája. Adjunk $O(n \log n)$ futási idejű algoritmust a G gráf egy minimális költségű feszítőfájának elkészítésére!

7. **[Vizsga: 2007. június 5.]** Útépítéskor a környéken sok helyen felszedték a járdát. Az építők 1-től n-ig megszámozták a fontos pontokat (kapualj, útkereszteződés, stb.). A környék állapotát két $n \times n$ táblázat írja le. A J táblázatban $J[i, j] = 1$, ha az i és j pontok az utcán szomszédosak és megmaradt az ezeket összekötő részen a járda, egyébként az érték 0. A P táblázat az ideiglenesen elhelyezhető pallókat írja le: ha az i és j pontok összeköthetőek egy pallóval, akkor $P[i, j]$ ennek a pallónak a költsége. Amennyiben a két pont nem köthető össze egy pallóval, akkor a táblázatban $*$ szerepel. (Minden palló pontosan két pontot érint.) Szeretnénk biztosítani, hogy mindenhonnan mindenhova el tudjunk jutni (hol járdán hol pallón haladva). Az építők célja, hogy úgy válasszák meg a pallók

helyét, hogy minél kevesebb pallót kelljen használniuk, és ezen belül a pallók értékeinek összege minimális legyen. Írjon le egy algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben javasol egy ilyen elhelyezést. (Egy pontra tetszőlegesen sok palló illeszkedhet, és a gyalogosok az egy pontra illeszkedő pallók bármelyikéről bármelyikére át tudnak lépni.)