Algel X. gyakorlat

2008. április 16.

1. Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával: $a[b,c], b[a,d], c[a,d], d[b,c,e,f], e[d,f,g], f[d,e,g,h], g[e,f,h], h[f,g]$. Keressünk G-ben
   (a) a-ból kiinduló mélységi feszítőfát! (A mélységi- és befejezési számok feltüntetésével, az élek osztályozásával.)
   (b) a-ból kiinduló szélességi feszítőfát!

2. A 6 pontú G gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w. A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, ill. a befejezési számok a következők: $x : 1, 6$; $y : 2, 4$; $z : 6, 5$; $u : 3, 3$; $v : 4, 1$; $w : 5, 2$. Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit! Rekonstruálható-e G az előző számok ismeretében?

3. Éllistával adott a súlyozott élű $G(V, E)$ gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1,2,3 számok közül valók. Javasoljunk $O(|V|+|E|)$ költségű algoritmust az $s \in V$ pontból az összes többibe vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására!

4. A $G(V, E)$ összefüggő, irányított gráf minden éle az $1, 2, \ldots k$ számok valmelyikével van súlyozva. Egy út értéke legyen az úton található élek súlyainak maximuma. Adjunk $O(|E| \log k)$ futásidejű algoritmust az adott $x, y \in V$ csúcsok közti legkisebb súlyú út értékének meghatározására!

5. **[ZH: 2007. április 27.]** Kutyasétáltatáskor egy parkban egy gazda rögzített, egyenes szakaszokból álló útvonalon halad, aminek töréspontjai $t_1, \ldots, t_n$, a bejáratot jelölje t_0, a kijáratot t_{n+1}. A kutyája szabadon szaladgál, de a t_i pontokban találkozik a gazdájával. A t_i és t_{i+1} pontokban való találkozás között a kutya szeretne egy fát is meglátogatni (minden $i = 0, 1, \ldots, n$ esetén legfeljebb egyet-egyet). Legyenek adottak az $s(t_i, t_{i+1})$ távolságok ($0 \leq i \leq n$), valamint minden fának az összes t_i ponttól vett távolsága. Tegyük fel, hogy két találkozás között a kutya legfeljebb kétszer akkora távolságot tud megtenni, mint a gazda. Adjon algoritmust, ami segít a kutyának eldönteni, hogy mikor melyik fát látogassa meg ha a kutya célja, hogy minél több fánál járjon. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n^2 f + n f^2)$, ahol f a parkban levő fák számát jelöli.

6. **[ZH: 2007. április 27.]** Az $n \times n$ méretű tábla minden mezőjére egy pozitív egész szám van írva, az i-edik sorának j-edik elemére $A[i, j]$, ahol $0 \leq i, j < n$. Feladat, hogy az első oszlopból eljussunk az utolsó oszlopba úgy, hogy egy lépésben mindig a következő oszlopba lépünk, és azon belül, ha az i-edik sorban voltunk, akkor a következő lépésben vagy az $(i-1) \mod n$, vagy az i, vagy az $(i+1) \mod n$ számú sorba kerülhetünk. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy az első oszlop melyik eleméből induljunk, ha azt akarjuk, hogy a bejárt mezőkön lévő számok összege minimális legyen (az utolsó oszlop bármelyik mezője lehet az utolsó olyan mező, amire rálépünk).

7. **[Vizsga: 2007. június 12.]** Egy számítógéphálózatban n számítógép van. Minden olyan eseményt, hogy az i-edik gép üzenetet küld a j-ediknek (i, j, t) formában feljegyezünk, ahol a t egész szám az üzenet küldésének időpontját jelöli. Ugyanabban a t időpontban egy gép több gépnek is küldhet üzenetet. Ha a t

időpontban az i-edik gép vírusos volt, akkor egy (i, j, t) üzenet hatására a j-edik gép mefertőződhet, ami azt jelenti, hogy a $t+1$ időponttól kezdve már a j-edik gép is vírusos lehet. Legyen adott az (i, j, t) hármasoknak egy m hosszú listája, valamint x, y és $t_0 < t_1$ egész számok. Azt kell eldöntenünk, hogy ha az x-edik gép a t_0 időpontban vírusos volt, akkor lehet-e emiatt az y-adik gép a t_1 időpontban vírusos. Adjon algoritmust, ami ezt a kérdést $O((t_1 - t_0)n + m)$ lépés után megválaszolja.

8. **[Vizsga: 2007. június 19.]** Egy előre rögzített útvonalon úgy indulunk el, hogy az autó L literes tankja tele van. Úticélunkhoz úgy akarunk eljutni, hogy legalább egy fél tanknyi benzin maradjon az autóban. Tudjuk, hogy az utunkba eső n benzinkút közül melyikben mennyibe kerül a benzin, továbbá, hogy két szomszédos benzinkút között, valamint a kiindulóponttól az első benzinkútig, illetve az utolsó benzinkúttól a célunkig mennyi benzint fogyaszt az autó. Az egyszerűség kedvéért ha megállunk egy benzinkútnál, akkor mindig tele tankolunk. Adjon algoritmust, ami $O(Ln^2)$ lépésben megmondja, hogy hol álljunk meg tankolni ha azt akarjuk, hogy utunk során a benzinköltség minimális legyen. *(Javítási útmutatóban: ELNEZEST, a feladatba bele akartam irni, de kimaradt, hogy a fogyasztas mindig egesz liter. Ha valaki megoldotta e nelkul (es meg jobb is a lepesszama), annak orulunk. Ha valaki feltette, hogy minden egesz, annak is orulunk, mert ezt akartuk es meg gondolatot is tud olvasni.)*