

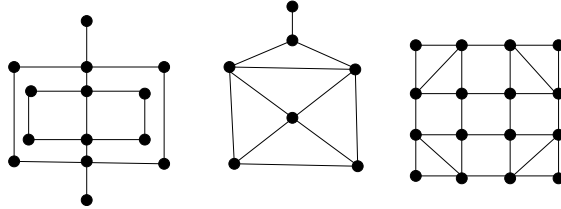
## Bevezetés a számításméletbe II.

2010. FEBRUÁR 8.

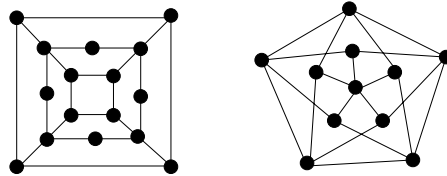
### 1. gyakorlat: Euler- és Hamilton bejárások

Információk: <http://www.cs.bme.hu/~csorba>

1. Elkészíthetők-e a ceruza felemelése nélkül az alábbi ábrák úgy, hogy minden vonalon pontosan egyszer haladunk végig?



2. Van-e abban a gráfban Euler-út, melynek fokszámai a következők: 4,4,4,4,4,3,3,2,2,2?
3. Egy egyszerű  $G$  gráf csúcsait az  $1, 2, \dots, 100$  számok jelölik. Az  $i$  és  $j$  csúcsok között pontosan akkor vezet él  $G$ -ben, ha  $|i - j| \leq 2$ .
- (a) Tartalmaz-e  $G$  Euler-kört, illetve utat?
- (b) Hamilton-kört, illetve utat?
4. Van-e a következő gráfokban Hamilton-kör, illetve út?



5. Igazoljuk, hogy ha egy gráf minden pontjának a foka 4, akkor élei színezhethők piros és kék színekkel úgy, hogy minden ponthoz két piros és két kék él illeszkedjék!
6. Mutassuk meg, hogy  $n \geq 5$ -re igaz az alábbi két állítás!
- (a) Létezik olyan  $n$  csúcsú  $G$  gráf, hogy  $G$  és  $\bar{G}$  is tartalmaz Hamilton-kört.
- (b) Létezik olyan  $n$  csúcsú gráf, hogy sem  $G$ , sem  $\bar{G}$  nem tartalmaz Hamilton-kört.
7. Legalább hány éle van egy olyan hat pontú gráfnak, melynek van Hamilton-köre?
8. Legfeljebb hány éle van egy olyan hat pontú gráfnak, melynek nincs Hamilton-köre?
9. Lássuk be, hogy egy  $2n - 1$  pontú gráfban, ahol minden csúcs foka legalább  $n - 1$  létezik Hamilton-út!
10. Be lehet-e járni lóval egy  $4 \times 4$ -es sakktáblát úgy, hogy minden mezőre pontosan egyszer lépünk?