

Bevezetés a számításelméletbe II.

2011. FEBRUÁR 21.

3. gyakorlat: Élszínezés, perfekt gráfok

1. Egy körmérkőzéses bajnokságot hány forduló alatt tudunk lejátszani, ha
 - (a) páratlan számú játékos
 - (b) páros számú játékos van a bajnokságban?
2. Legyen G 100-reguláris egyszerű gráf 2001 ponton. Határozzuk meg $\chi_e(G)$ értékét!
3. A G egyszerű gráfban a legnagyobb fokszám legyen Δ . Készítsük el a G' gráfot a következőképpen: G' -be vegyük fel G minden csúcsát és élet, továbbá G minden v csúcsa esetén vegyünk fel egy új v' csúcsot, amelyet kössünk össze v -vel, végül G minden $\{u, v\}$ élére G' -ben a megfelelő u' és v' csúcsokat is kössük össze. Mutassuk meg, hogy a kapott G' gráf élkromatikus száma $\chi_e(G') = \Delta + 1$.
4. A G gráf csúcsai legyenek a 8×8 -as sakktábla mezői, és két mező akkor legyen szomszédos G -ben, ha egy lóugrásnyira vannak egymástól.
 - (a) Határozzuk meg G kromatikus számát, $\chi(G)$ -t!
 - (b) Bizonyítsuk be, hogy G perfekt!
5. (ZH 2010) Egy gráf csúcsai a 100-nál nem nagyobb pozitív egészek, két csúcsot összekötünk, ha az összegük osztható hárommal. Perfekt-e a gráf?
6. Legyenek egy G gráf csúcsai azok a 10^{100} -nál nem nagyobb pozitív egész számok, amelyeknek van 20-nál kisebb prímosztója. G két csúcsa pontosan akkor alkot élet, ha a megfelelő pozitív egészek relatív prímek. Állapítsuk meg G kromatikus számának értékét! Igaz-e hogy perfekt?
7. Egy szállodába 20 vendég érkezik. Az i -edik vendég az i -edik napon érkezik és a $2i$ -edik napon távozik. A hotelt az adott napon elhagyó vendég szobáját csak a következő napon lehet kiadni. Minimum hány szoba kell a vendégek elhelyezésére?
8. Adott egy $n \times n$ -es mátrix, amelynek minden sorában, és oszlopában pontosan k darab egyes van. Bizonyítsd be, hogy ekkor kiválasztható n darab egyes úgy, hogy minden sorból és oszlopból pontosan egy darab egyest választottunk ki!