

12. gyakorlat Kombinatorika

- (a) Hányféleképpen állítható sorba 20 különböző gyerek?
(b) Hányféleképpen ültethető kör alakú asztal köré 20 gyerek? Két ültetést akkor tekintünk különbözőnek, ha forgatással nem vihetők egymásba.
(c) Válaszoljuk meg az a) kérdést akkor is, ha Jancsi és Juliska egymás mellé kell, hogy kerüljenek.
- Egy BME hallgató Neptun-kódja egy olyan, 6 karakterből álló sorozat, amelynek minden tagja az angol ábécé 26 betűjének egyike, vagy a $0, 1, \dots, 9$ számjegyek valamelyike. Hány olyan Neptun-kód készíthető, amelynek legalább az egyik tagja betű?
- (a) Hányféleképpen tölthető ki egy lottószelvény (90-ből 5 számot húznak ki)?
(b) Hány 3 találatos kitöltés van?
- Hányféleképpen lehet eljutni az origóból a $(3,5)$ pontba, úgy, hogy csak egységnyi hosszú jobbra és felfelé lépések lehetségesek?
- Hány részhalmaza van egy 100 elemű halmaznak?
- Egy játékboltban 5-féle plüssállat kapható. Hányféleképpen vehetünk 12 állatkát?
- Mennyi lesz x^3 együtthatója a $(3x+2)^8$ kifejezésben, ha elvégezzük a hatványozást és a szükséges összevonásokat?
- $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = ?$
- Hány olyan 10 betűből álló (nem feltétlenül értelmes) szó van, amelyben 4 különböző magánhangzó található?
(A mássalhangzók között lehetnek egyformák is. A magyar abc-ben 14 magánhangzó és 21 mássalhangzó van.)
- Hány háromjegyű szám van, ami sem 2-vel, sem 3-mal nem osztható?

-
11. Bizonyítsd be, hogy

$$\binom{n}{0}\binom{n}{n} + \binom{n}{1}\binom{n}{n-1} + \binom{n}{2}\binom{n}{n-2} + \binom{n}{3}\binom{n}{n-3} + \dots + \binom{n}{n}\binom{n}{0} = \binom{2n}{n}.$$