

11. gyakorlat
Sajátérték, sajátvektor, komplex számok

1. Keresd meg a az alábbi mátrix minden sajátértékét és sajátvektorát!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Keresd meg az alábbi mátrix összes sajátértékét és a legnagyobb sajátértékhez tartozó összes sajátvektort is!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Tegyük fel, hogy az $\mathcal{A} : V \mapsto V$ lineáris transzformációnak a $\lambda = -1$ sajátértéke. Igaz-e, hogy a $\lambda = -1$ az \mathcal{A}^3 transzformációnak is sajátértéke?
4. Végezd el az alábbi műveleteket a komplex számok körében!

(a) $(4 + i)(5 - 2i) + (4i - 1)^2$

(b) $\frac{9 + 7i}{3 - 2i}$

(c) $\left| \frac{6 + 3i}{6 - 3i} \right|$

(d) $(i - 1)^{50}$

(e) $\sqrt[3]{8}$

5. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

(a) $z^2 - iz + 2 = 0$

(b) $|z| = 2z + i$

(c) $z^2 = \bar{z}$

(d) $z^5 = 2i - \sqrt{12}$

6. Bizonyítsuk be, hogy ha ε egy 10-edik és ε' egy 25-ödik egységgyök, akkor $\bar{\varepsilon} \cdot \varepsilon'$ egy 100-adik egységgyök!

7. (a) Mennyi az n . egységgyökök összege?
(b) Mennyi az n . egységgyökök szorzata?

-
8. Van-e a kilencedik egységgyökök között pontosan hat, melyek összege zérus? És pontosan hét?

9. Legyen $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ és $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$. Milyen pozitív n -ekre lesz $z_1^n \cdot z_2^n$ valós?