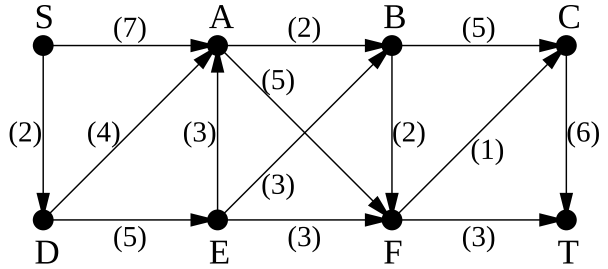
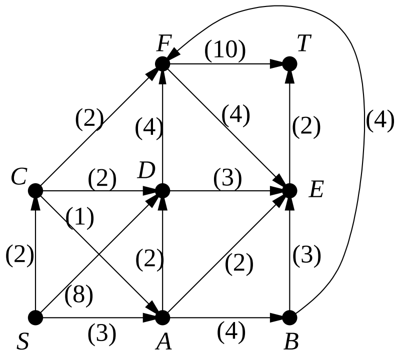
# Számítástudomány alapjai
# 7. gyakorlat

2007. október 25.

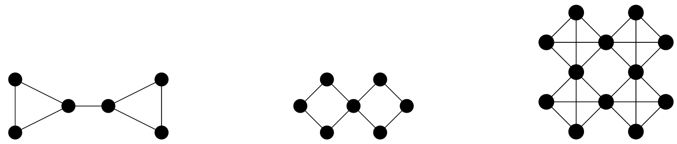
1. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot!




2. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot ($S$-ből $T$-be) és bizonyítsuk is be róla, hogy maximális!




3. Határozzuk meg, hogy hányszorosan pont-, illetve élösszefüggők az alábbi gráfok:
(a) n hosszú út, (b) n hosszú kör, (c) $K_n$, (d),(e),(f): az alábbi három gráf

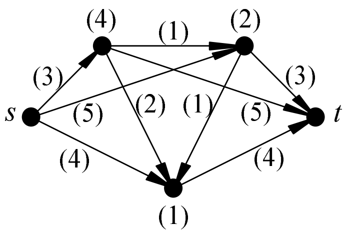


4. Mutassuk meg, hogy egy $k$–szorosan összefüggő $n$-pontú gráfnak legalább $kn/2$ éle van.

5. (a) Bizonyítsd be, hogy ha minden él kapacitása páros szám, akkor a maximális folyam értéke is páros szám!
(b)Igaz-e a fenti feltételek mellett, hogy van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páros szám?
(c)Igaz-e, hogy ha minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páratlan szám?

---

6. Az alábbi hálózatban a pontoknak is van kapacitása. Vezesd vissza a problémát az eredeti hálózati folyamproblémára, majd keress maximális folyamot és minimális vágást!

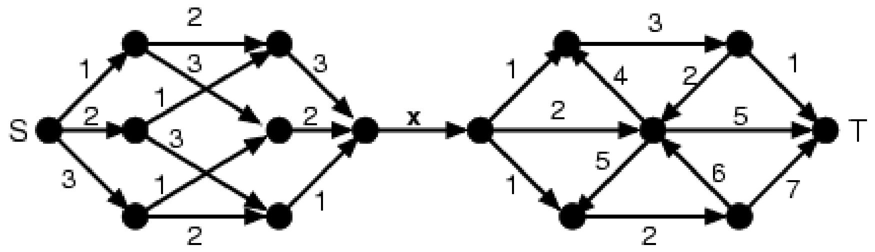



7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gráf $k$-szorosan pontösszefüggő akkor $k$-szorosan élösszefüggő is.

8. Adjunk meg egy olyan gráfot, amely pontosan kétszeresen pont- és pontosan háromszorosan élösszefüggő, és minden pont foka legalább négy!

9. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legföljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak és a hétvégék nem számítanak).
(a)Adj meg olyan algoritmust, amely a kisváros térképe alapján eldönti, hogy ez megtehető-e!
(b)Oldd meg a feladatot arra az esetre is, ha a kisvárosban kétirányú utcák is vannak!

10. Határozzuk meg az alábbi hálózatban az $S$-ből $T$-be vezető maximális folyam értékét tetszőleges **!! nemnegatív valós $x$ !!** esetében! (ZH, 2004. május 7.)

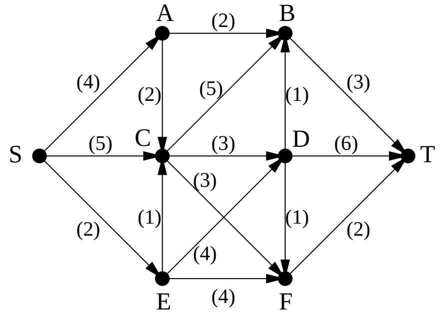



11. A $G$ összefüggő, legalább 3 pontot tartalmazó gráfban minden $v$ pontra és $e$ élre teljesül az, hogy van $v$-n és $e$-n is átmenő kör. Mutassuk meg, hogy $G$ kétszeresen pontösszefüggő.

12. (a) Mutassuk meg, hogy egy 2-reguláris gráf pontosan akkor k-szorosan élöfő ha k-szorosan pontöfő is.
(b) Ugyanez 3-reguláris gráfokra.
(c) Mutasd meg, hogy 4-reguláris gráfokra viszont ez már nem igaz.

13. Legyenek egy gráf pontjai a 3 hosszúságú 0–1 sorozatok. Vezessen egy irányított él $a$-ból $b$-be, ha $a$-ban kevesebb 1-es van, mint $b$-ben, és legyen egy ilyen él kapacitása az egyesek számának különbsége. Határozzuk meg a maximális folyam értékét $s = (0,0,0)$ és $t = (1,1,1)$ között! (ZH, 2001. május 17.)

14. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot S-ből T-be (és bizonyítsd is be, hogy maximális)!




15. Melyik az a legnagyobb $k$ szám, amelyre $K_{n,n}$ teljes páros gráf $k$-szorosan pontösszefüggő?