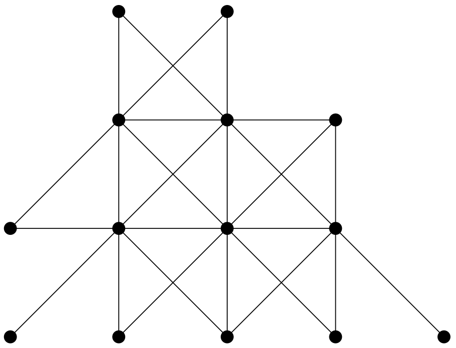
Számítástudomány alapjai
6. gyakorlat

2007. október 18.

1. Határozd meg az alábbi gráfban $\nu(G)$, $\tau(G)$, $\alpha(G)$ és $\rho(G)$ értékét!

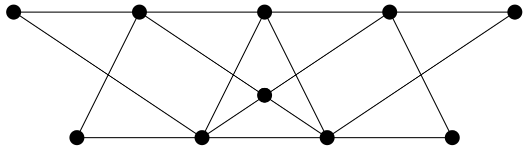


2. Mennyi $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$, $\rho(G)$ értéke a $K_{n,m}$ teljes páros gráf esetén?

3. Bizonyítsd be, hogy ha G egyszerű gráf, akkor $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ teljesül!

4. A $2k+1$ pontú G egyszerű gráfban minden pont foka legalább $k+1$. Mennyi $\nu(G)$ értéke?

5. Mekkora az alábbi gráfban a legnagyobb párosítás mérete?



---

6. Legyen $G = (V, E)$ az a gráf, melyre $V = \{1, 2, \ldots, 100\}$, és $ab \in E$ pontosan akkor, ha $a \neq b$ és $a + b$ osztható 4-gyel. Határozzuk meg a $\nu(G)$, $\tau(G)$, $\alpha(G)$ és $\rho(G)$ értékeket! (ZH, 2005. április 1.)

7. Bizonyítsd be, hogy minden n csúcsú G egyszerű gráfra teljesül, hogy $\alpha(G) \geq n - 2\nu(G)$.

8. Legyen $G = (A, B)$ egy n pontú páros gráf. Igazoljuk, hogy ha G-ben nincs teljes párosítás, akkor $\alpha(G) > \frac{n}{2}$, ahol $\alpha(G)$ a G-beli független pontok maximális számát jelöli! (ZH, 2001. május 28.)

9. Egy egyszerű G gráf csúcsainak száma 2000. Tudjuk továbbá, hogy $\tau(G) = 678$. Igazoljuk, hogy G-ben nincs teljes párosítás!

10. **ZH!** A $2n$ csúcsú egyszerű G gráfban minden pont foka legalább n. Igazoljuk, hogy $\tau(G) \geq n$.

11. Legyen G egy $2n$ pontú gráf, mely egy $2n-1$ pontú L útból és egy c pontból áll, ami L minden pontjával össze van kötve. Mennyi $\tau(G)$?

12. Az állatkertben nekünk kell megszervezni az éjjeliőrök munkabeosztását, akiknek a lajhárra, az oroszlánra, a zebrára, a csigára és a tigrisre kell vigyázniuk. Az Első Őr a reumája miatt nem tud szaladni így csak a lajhárra vagy a csigára tud vigyázni. A Második Őr ruhájához nem illik a csíkos minta, ezért ilyen állatot nem hajlandó felügyelni. A Harmadik Őr ellenben csak csíkos állattal hajlandó foglalkozni. A Negyedik Őr kedveli a kihívásokat, ezért ő a tigrisre vagy az oroszlánra szeretne vigyázni. Az Ötödik Őr a csigára nem akar vigyázni. A Hatodik Őr a lajhár, a csiga, az oroszlán és a tigris kivételével bármit válal. Minden őr egyszerre csak egy állatra tud vigyázni és még az is van, hogy a tigrisre két embernek kell figyelnie. Ki lehet-e osztani az őröket úgy, hogy a fenti feltételek teljesüljenek?

13. * Legyen G olyan véges, egyszerű gráf, melynek 1000 csúcsa van és minden csúcs foka legalább 6. Igazoljuk, hogy $\nu(G) \geq 6$.