Számítástudomány alapjai
13. gyakorlat

2007. december 13.

1. (a) Szorozzuk össze az alábbi két permutációt és az eredményt írjuk fel ciklikus módon:
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 8 & 4 & 2 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 1 & 8 & 7 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$
(b) Írjuk fel diszjunkt ciklusok szorzataként az alábbi permutációt: (123)(345)(567)(781)!
(c) Az S_7 hetedfokú szimmetrikus csoport egy eleme az (12)(356) permutáció. Mi ennek az elemnek a rendje?
(d) Határozzuk meg az (12)(345)(6789) permutáció inverzét!

2. Mik a D_6 diédercsoport elemei? Mutasson ebben a csoportban 4 részcsoportot! Mik az egyes elemek rendjei ebben a csoportban? Mennyi a csoport rendje? Ciklikus-e ez a csoport?

3. Mik az elemek a mod 12 maradékosztályok összeadásra vett csoportjában? Mutasson 4 részcsoportot! Mik az elemek rendjei? Ciklikus-e ez a csoport?

4. Állapítsuk meg, hogy izomorf-e a mod 4 maradékosztályok additív csoportja a mod 8 maradékosztályok multiplikatív csoportjával! (Ez utóbbinak elemei az 1,3,5,7 számok es a művelet a mod 8 szorzás. Érdemes azt is meggondolni, hogy ez miért is csoport.)

5. Bizonyítsuk be, hogy a mod 6 maradékosztályok gyűrűt alkotnak a szokásos mod 6 összeadással és szorzással.(ennek jele Z_6) Mi a két művelet műveleti táblája? Egységelemes-e ez a gyűrű? Kommutatív-e? Van-e nullosztó ebben a gyűrűben? Test-e ez?

---

6. Egy csoportban az a elem rendje 10. Mekkora a $b = a^3$ elem rendje?

7. Egy csoport rendje 81 és van olyan eleme, aminek a 27. hatványa nem az egységelem. Bizonyítsd be, hogy a csoport Abel-csoport!

8. A mod 12 maradékosztályok gyűrűjében melyik elemeknek van inverze (a szorzásra nézve)?

9. Értelmezzük az egész számok Z halmazán az $a * b = a + b + 1$ képlettel megadott műveletet (lásd előző gyakorlat). Milyen korábbról már ismert csoporttal izomorf a $(Z, *)$ csoport?