Számítástudomány alapjai
1. gyakorlat

2007 szeptember 13.

1. Bizonyítsuk be, hogy a $\sqrt{2}$ irracionális szám.
2. Mi a tagadása a következő állításnak? Minden borgnak, aki ebben a teremben van, nagy piros fülei vannak.
3. Egy fagyizóban 26 fajta fagyit árulnak: **A**nanász, **B**anán, **C**itrom,. . . ,**Z**öldalma. Egy vendég 5 gombóc fagyit kér. Hányféleképpen adhat neki a kiszolgáló, ha a vendégnek még az alábbi kérései vannak.
   (a) A gombócokat tölcsérbe kéri, de egyébként mindegy, hogy mit kap. (Például **B**anán, **B**anán, **G**esztenye, **B**anán, **D**ió is megfelel neki.)
   (b) **A**,**B**,**C**,**D** és **E** fagyikból kér 1-1 gombócot, tölcsérbe.
   (c) 5 különböző fajta (de tetszőleges) gombócot kér, ugyanúgy tölcsérbe.
   (d) 5 különböző fajta (tetszőleges) fagyit kér, de helyben fogyasztásra, tányérra (A tányéron egymás mellett vannak a gombócok, nincs sorrendjük).
   (e) 2 gombóc **A**nanászt kér és 3 gombóc **H**upikék-törpikéket, tölcsérbe.
   (f) 5 tetszőleges gombócot kér tányérra.
4. $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \ldots \pm \binom{n}{n} = ?$

---

5. Mi az alábbi állításoknak a tagadása? (Két állítás akkor tagadása egymásnak, ha a két állítás közül minden esetben pontosan az egyik igaz.) Próbáljuk úgy megfogalmazni a tagadásokat, hogy ne szerepeljen bennük tagadószó.
   (a) Az évfolyamon minden hallgató fiú.
   (b) Bergengóciában minden férfi gazdag vagy nincs felesége (vagy mindkettő).
   (c) A teremben van olyan fiú, aki magasabb, mint 170cm.
   (d) Bergengóciában van olyan nő, aki gazdag és nincs gyereke.
   (e) Bergengóciában ha valaki gazdag, akkor nincs felesége.
6. Egy fagyizóban 26 fajta fagyit árulnak: **A**nanász, **B**anán, **C**itrom,. . . ,**Z**öldalma. Egy vendég 5 gombóc fagyit kér. Hányféleképpen adhat neki a kiszolgáló, ha a vendégnek még az alábbi kérései vannak.
   (a) 5 különböző gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte **M**angó.
   (b) 5 különböző gombócot kér tányérra, de legyen közte **M**angó.
   (c) 5 tetszőleges gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte legalább egy **M**angó.
7. Egy csomag francia kártyában 52 különböző lap és három teljesen ugyanolyan dzsoli található. Ha megkeverjük a kártyacsomagot, hányféle különböző sorrendje alakulhat ki a lapoknak?
8. A fagyizóban valaki 10 gombóc fagyit kér: 4 gombóc **A**nanászt, 3 gombóc **B**anánt, 2 gombóc **C**itromot és 1 gombóc **D**iót. Hányféleképpen lehet ezt a tíz gombócot tölcsérbe tenni?
9. Bizonyísuk be, hogy egy társaságban mindig van legalább két olyan ember, akiknek a társaságban ugyanannyi ismerősük van. (Az ismeretségek kölcsönösek.)
10. Van két állítás, p és q. Tudjuk, hogy ha p igaz, akkor q is igaz. Következik-e ebből, hogy ha q nem igaz, akkor p sem igaz?
11. Egy esküvői fotóhoz hányféleképp lehet sorbaállítani 6 embert úgy, hogy a menyasszonynak és a vőlegénynek egymás mellett kell állnia? (ZH, 2004. március 19.)
12. Hány olyan tízjegyű azonosítót lehet készíteni, amiben csak számok szerepelnek és köztük van 0 és 1 számjegy is?
13. Az n elemű halmaz páros, vagy páratlan elemszámú részhalmazaiból van több?

---

14. Tudjuk, hogy minden hömpörő surjancs. Mondjuk meg minden alábbi állításra, hogy biztosan igaz, lehetséges, vagy biztosan hamis!

    (a) Tudjuk valamiről, hogy nem hömpörő. Azt állítom, hogy ez surjancs.

    (b) Tudjuk valamiről, hogy hömpörő. Azt állítom, hogy ez hogy ez nem surjancs.

    (c) Tudjuk valamiről, hogy nem surjancs. Azt állítom, hogy ez hömpörő.

    (d) Tudjuk valamiről, hogy nem surjancs. Azt állítom, hogy ez nem hömpörő.

    (e) Tudjuk valamiről, hogy surjancs. Azt állítom, hogy ez nem hömpörő.

    (Ha nehéz a feladat, akkor legyen a hömpörő=kertitörpe és surjancs=szobor)

15. Egy érettségi találkozón kiderül, hogy mindenkinek vannak gyerekei. Hogyan tudnánk megcáfolni az alábbi állításokat? Mondjuk meg, hogy milyen bizonyítékot kéne mutatni annak igazolására, hogy ezek az állítások nem igazak! (Megjegyzés: a megoldásban lehetőleg ne szerepeljenek a legfiatalabb, legidősebb szavak.)

    (a) Mindenkinek a legidősebb gyereke 10 évnél idősebb.

    (b) Mindenkinek a legfiatalabb gyereke 10 évnél idősebb.

    (c) Valakinek a legfiatalabb gyereke 10 évnél fiatalabb.

16. (a) A biciklis klub tagjai négyjegyű tagsági számokat kapnak. De a biciklisták babonásak, félnek a 8-astól. Hány olyan tagsági szám lehet, amiben nincs 8-as (de 0-val kezdődhet)?

    (b) Egy versenyen 57-en indulnak; az újságok az első 6 helyezettet közlik. Hányféle lehet ez a lista?

    (c) Egy kisváros 57 fős önkormányzati képviselőtestülete 6 fős delegációt küld a dániai testvérvárosukba. Hányféleképpen jelölhetik ki a 6 fős delegációt?

    (d) Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben szerepel az 5-ös számjegy? (Egy szám nem kezdődhet 0-val). (ZH, 2001. március 20.)

    (e) Egy számkombinációs zárat 5 darab különböző, 1 és 20 közötti szám begépelésével lehet kinyitni, de tudjuk, hogy a számok növekvő sorrendben vannak. Hány ilyen kombináció van?

    (f) 5 házaspár ül egy padon. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni?

    (g) Margit néni minden héten 20 lottószelvénnyel lottózik. Hányféleképpen töltheti ki egy héten a szelvényeit, ha persze nem akar két ugyanolyan szelvényt bedobni?