Nehezebb, plusz pontért beadható feladatok

Minden helyes megoldás egy ponttal növeli az átlagot, amit a három zh (ill. esetleg pót- vagy pótpótzh) eredményéből számolunk. Ezekkel a feladatokkal csak akkor lehet az átlagot növelni, ha mindegyik zh sikeres.
Beadási határidő feladatonként eltérő, a megoldásokat vagy emailben, pdf-ben vagy papíron személyesen lehet beadni.
Néhány feladat megoldása (némi keresgélés után) megtalálható az interneten, de az csalás, ha onnan nézik ki, kérem ne tegyék ezt.

1. Igazolja, hogy az
$L = \{b_1 b_2 \cdots b_{2n} \mid b_1 = \cdots = b_n = \mathtt{0},\quad b_{n+1} = \cdots = b_{2n} = \mathtt{1}, n \geq 1\} \subset \{\,\mathtt{0},\mathtt{1}\,\}^*$
nyelv *nem reguláris*!
Beadható: szeptember 14., az előadás kezdetéig, ehhez a feladathoz kivételesen a jegyzetet sem lehet használni, mert benne van a megoldás

2. Legyen $\Sigma = \{\,\mathtt{a},\mathtt{b}\,\}$ és az $L_k \subset \Sigma^*$ nyelv álljon az olyan legalább k hosszú szavakból, melyekben hátulról számítva a k-adik karakter $\mathtt{b}$.
Mutassa meg, hogy minden, az L_k nyelvet elfogadó determinisztikus véges automatának legalább 2^k állapota van!
Beadható: szeptember 27., az előadás kezdetéig

3. Legyen L egy Σ ábécé feletti nyelv. Jelöljük $L^{\frac{1}{2}}$-del az alábbi nyelvet:
$L^{\frac{1}{2}} = \{x \in \Sigma^* \mid \text{létezik olyan } y \in \Sigma^*, \text{ hogy } |x| = |y| \text{ és } xy \in L\}$.
Igaz-e, hogy ha L reguláris, akkor $L^{\frac{1}{2}}$ is reguláris?
Beadható: október 4., az előadás kezdetéig

4. Adjon CF nyelvtant az alábbi nyelvre: $\{x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ nem } ww \text{ alakú}\}$.
Beadható: október 18., az előadás kezdetéig

5. Adjon (bármilyen) generatív nyelvtant az alábbi nyelvre:
$\{\mathtt{0}^{F(n)} \mid n \geq 1 \text{ és } F(n) \text{ az n-edik Fibonacci-számot jelöli } \}$
Beadható: október 18., az előadás kezdetéig

6. Mutassa meg, hogy ha L_1 környezetfüggetlen és L_2 reguláris nyelv, akkor $L_1 \cap L_2$ mindig környezetfüggetlen.
Beadható: november 8., az előadás kezdetéig

7. Vegyük a következő nyelvtant, ahol az `if`, `then` és `else` egy–egy terminális szimbólumnak tekintendő

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \texttt{if } E \texttt{ then } S \;\mid \texttt{if } E \texttt{ then } S \texttt{ else } S \;\mid \texttt{a} \\ E &\rightarrow \texttt{b} \end{aligned}$$

   Adjon a generált nyelvre egy egyértelmű nyelvtant!
   Beadható: november 9., az előadás elejéig

8. Legyen M egy olyan egyszalagos, determinisztikus Turing-gép, aminek minden szabálya olyan, hogy a fej vagy jobbra lép vagy helyben marad. Bizonyítsa be, hogy ekkor $L(M)$ reguláris nyelv.
   Beadható: november 29., az előadás kezdetéig

9. Definiáljuk a korlátlan-sok-szalagú Turing-gépet a következőképpen: Véges sok állapota van, de megszámlálhatóan végtelen sok szalagja van. Kezdetben az 1. szalagon van a bemenet, a többi szalag üres jelekkel van feltöltve. A gép átmenetei csak a következő alakúak lehetnek:

$$\delta(q, a_1, \ldots, a_s) = (p, b_1, \ldots, b_n, D_1, \ldots, D_m),$$

   ahol s, n, m egész számok. Egy ilyen átmenet azt jelenti, hogy ha a gép aktuális állapota q, az olvasott karakter az első s szalagon rendre $a_1, \ldots, a_s$, az összes többin pedig az üres jel, akkor az új állapot a p lesz, az i-edik ($1 \leq i \leq n$) szalagra b_i karaktert ír, a többi szalagra nem ír, a j-edik ($1 \leq j \leq m$) szalagon D_j irányban mozdul a fej , a többi szalagon a fej nem mozdul. Egy ilyen Turing-gépnek megszámlálhatóan végtelen sok szabálya lehet.

   Igazolja, hogy minden $L \subseteq \{0,1\}^*$ nyelvhez van olyan M korlátlan-sok-szalagú Turing-gép, melyre $L(M) = L$.
   Beadható: november 29., az előadás kezdetéig

10. Bizonyítsa be, hogy az L_d diagonális nyelv alábbi részhalmaza sem rekurzívan felsorolható: $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \exists M_w \text{ és } M_w \text{ nem áll le } w\text{-n}\}$
    Beadható: november 29., az előadás kezdetéig

11. Bizonyítsa be, hogy reguláris nyelvtanok esetén eldönthető, hogy a nyelvtan egyértelmű-e. (Két levezetési fát akkor tekintsünk lényegileg különbözőnek, ha vagy a két fa alakja különböző vagy a benne szereplő nemterminálisokban eltérés van.)
    Beadható: december 6., az előadás kezdetéig

12. Bizonyítsa be, hogy ha $L \in P$, akkor $L^* \in P$ is igaz.
    Beadható: december 7., az előadás kezdetéig