

8. CF zártságok, veremautomaták

1. Adjon meg olyan  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$  környezetfüggetlen nyelveket (vagy lássa be, hogy nincsenek ilyenek), melyekre az  $L_1 \cup L_2$  és  $L_1 \cap L_2$  nyelvek közül
  - (a) pontosan az egyik környezetfüggetlen.
  - (b) mindkettő környezetfüggetlen
  - (c) egyik sem környezetfüggetlen.
  
2. Adott  $L_1, L_2 \in \{a, b\}^*$  nyelvekhez készítünk egy  $L$  nyelvet: az  $L$  nyelv azon szavakból áll, melyek az  $L_1$  és  $L_2$  nyelvek közül pontosan az egyikben vannak benne. Igazolja, hogy van olyan  $L_1$  és  $L_2$  környezetfüggetlen nyelv, melyre
  - a)  $L$  is környezetfüggetlen;
  - b)  $L$  nem környezetfüggetlen.
  
3. Készítsen az alábbi nyelvet elfogadó veremautomatát!
  - a)  $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k, \text{ ahol } i, j, k \geq 0\}$
  - b)  $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid j + k = i, \text{ ahol } i, j, k \geq 0\}$
  - c)  $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i + k = j \text{ ahol } i, j, k \geq 0\}$
  
4. Készítsen veremautomatát, mely az  $\{a^m b^n \mid 1 \leq m \leq n \leq 2m\}$  nyelvet fogadja el!
  
5. Az alábbi táblázat egy veremautomata átmeneti függvényét adja meg, kezdőállapot  $q_0$ , az egyetlen elfogadó állapot pedig  $q_F$ .

állapot	input	verem	új állapot	verem
$q_0$	a	$Z_0$	$q_0$	$AZ_0$
	b	$Z_0$	$q_0$	$BZ_0$
	a	$A$	$q_0$	$AA$
	b	$A$	$q_0$	$\varepsilon$
	b	$B$	$q_0$	$BB$
	a	$B$	$q_0$	$\varepsilon$
	$\varepsilon$	$A$	$q_F$	$\varepsilon$
	$\varepsilon$	$B$	$q_F$	$\varepsilon$

Magyarázza el 2-3 mondatban, hogy hogyan működik az automata. Milyen nyelvet fogad el az automata?